

# La aversión al riesgo en el mercado español de renta variable y sus determinantes

*Carlos L. Aparicio Roqueiro*

**Dirección de Estudios y Estadísticas**

**Monografías No. 9**

Julio 2005

# **LA AVERSIÓN AL RIESGO EN EL MERCADO ESPAÑOL DE RENTA VARIABLE Y SUS DETERMINANTES**

CARLOS L. APARICIO ROQUEIRO

Julio 2005

Dirección de Estudios  
Comisión Nacional del Mercado de Valores  
Monografía nº 9. 2005

Carlos L. Aparicio Roqueiro es técnico de la Dirección de Estudios y Estadísticas de la Comisión Nacional del Mercado de Valores.

El autor quiere agradecer la inestimable ayuda de Elías López Blanco. Los errores que aún así permanecen en este documento son únicamente responsabilidad del autor. También quiere agradecer al personal del Banco Internacional de Pagos su atención al enviarle parte de los datos utilizados en el trabajo. Las opiniones expresadas en este documento reflejan exclusivamente la opinión del autor y no deben ser atribuidas a la Comisión Nacional del Mercado de Valores.

La Comisión Nacional del Mercado de Valores, al publicar esta serie, pretende facilitar la difusión de estudios que contribuyan al mejor conocimiento de los mercados de valores y su regulación.

La Comisión Nacional del Mercado de Valores difunde la mayoría de sus publicaciones a través de la red INTERNET en la dirección [www.cnmv.es](http://www.cnmv.es).

© CNMV. Se autoriza la reproducción de los contenidos de esta publicación siempre que se mencione su procedencia.

ISBN: 84-87870-47-3

Depósito Legal: M-31.779-2005

Imprime: Sociedad Anónima de Fotocomposición  
Talisio, 9. 28027 Madrid

## Resumen no técnico

Esta monografía tiene como objetivo la construcción de un indicador de la aversión al riesgo del inversor representativo en el mercado español de renta variable a efectos de utilizarla en el análisis de coyuntura. El aumento de la aversión al riesgo de un inversor tiene consecuencias sobre sus decisiones de cartera y sobre los precios de los valores, por lo que su medición aporta información útil sobre los mercados. Siguiendo una línea de trabajo, que ya está siendo utilizada por el Banco Internacional de Pagos (BIS), se han construido dos indicadores de aversión al riesgo a partir de los datos de opciones sobre el IBEX-35. Como se podía esperar por la integración actual de los mercados financieros, la aversión al riesgo en el mercado español presenta una evolución similar a la de los mercados norteamericano, alemán y británico para el periodo 1999-2004. Así, la aversión al riesgo aumentó tras los ataques a las Torres Gemelas y en el periodo previo a la invasión de Iraq. Sin embargo estos indicadores no recogen de la forma que cabría esperar la evolución de la aversión al riesgo en los periodos anterior y posterior al pinchazo de la burbuja tecnológica, ni los efectos de los atentados de 2004 en Madrid. Cabe destacar que desde el segundo trimestre de 2003 se ha producido un prolongado descenso en la aversión al riesgo, tanto en España como en los mercados analizados por el BIS.

## Resumen metodológico

Para construir dichos indicadores de aversión al riesgo se ha utilizado la información contenida en las opciones de compra sobre futuros del índice IBEX-35. Ambos indicadores son construidos a partir de la diferencia entre la probabilidad ponderada por preferencias y la probabilidad estadística. Para estimar la primera de ellas se han usado dos metodologías: una mixtura de funciones log normales y un *spline* cúbico para el alisamiento de la curva de volatilidades implícitas. Tras el cálculo de estos indicadores, se ha procedido a explicar su evolución en relación con variables macroeconómicas y financieras, españolas e internacionales, obteniendo resultados que muestran una relación positiva de la aversión al riesgo con aumentos en la tasa de paro y caídas en la renta variable. Por último, se ha contrastado si estos indicadores de aversión al riesgo contienen información relevante para predecir la evolución de la rentabilidad de los índices bursátiles, a través de un test de causalidad de Granger, pero a pesar de lo que preconiza la teoría, no se acepta estadísticamente esta hipótesis.



# ÍNDICE

<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
<b>2. La cuantificación de la aversión al riesgo</b>	<b>11</b>
2.1 Probabilidades ponderadas por preferencias	13
2.2 Estimación de la probabilidad ponderada por preferencias mediante opciones	15
<b>3. Estimación empírica de las probabilidades estadística y ponderada por preferencias</b>	<b>19</b>
3.1 Función de densidad de probabilidad estadística	19
3.2 Distribución de probabilidad ponderada por preferencias al riesgo	20
3.2.1 Función de aproximación a la distribución de la probabilidad ponderada por preferencias	21
3.2.2 Interpolación y extrapolación de la curva de volatilidades	22
3.3 Cálculo de un indicador de aversión al riesgo	23
<b>4. Muestra utilizada</b>	<b>25</b>
<b>5. Resultados empíricos</b>	<b>27</b>
5.1 Construcción de indicadores de aversión al riesgo	27
5.2 Determinantes de la aversión al riesgo	28
5.3 Capacidad predictiva de los indicadores respecto a la rentabilidad futura del IBEX-35	31
5.4 Comparación con los indicadores de aversión al riesgo publicados por el Banco Internacional de Pagos	32
<b>6. Conclusiones</b>	<b>35</b>
<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>37</b>
<b>Anexos</b>	<b>39</b>
Anexo A. Breeden y Litzenberger (1978)	39
Anexo B. GARCH Asimétrico	41
Anexo C. Mixtura de distribuciones log normales	43
Anexo D. Interpolación por alisamiento de la smile de volatilidad de las opciones	47
Anexo E. Función spline cúbico	51
Anexo F. Indicadores de aversión al riesgo contruidos por el Banco Internacional de Pagos	53

## ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1.	Coefficientes de aversión relativa al riesgo de estudios anteriores	12
Cuadro 2.	Estadísticas descriptivas de la rentabilidad de índices bursátiles	20
Cuadro 3.	Variables utilizadas para explicar la aversión al riesgo	29
Cuadro 4.	Variables explicativas de la aversión al riesgo	30
Cuadro 5.	Test de causalidad de Granger	32
Cuadro 6.	Matriz de coeficientes de correlación de indicadores de aversión al riesgo	33
Cuadro 7.	Test de causalidad de Granger para indicadores calculados por el BIS	34
Cuadro A.1.	Pagos de las opciones de compra	39
Cuadro A.2.	Pagos de la cartera $Call(K^*,T)-Call(K^*+1,T)$	40
Cuadro A.3.	Pagos de la cartera $[Call(K^*,T)-Call(K^*+1,T)]- [Call(K^*+1,T)-Call(K^*+2,T)]$	40
Cuadro B.1.	Estimación con GARCH Asimétrico	41
Cuadro C.1.	Simulaciones de la rentabilidad diaria del IBEX-35 con modelo normal y con mixtura	43

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1.	Función de densidad de probabilidad estadística y ponderada por preferencias	15
Gráfico 2.	Funciones de distribución acumulada. 24 de mayo de 2002	27
Gráfico 3.	Indicadores de aversión al riesgo	28
Gráfico 4.	IBEX-35 e inversa de la media móvil de los indicadores de aversión al riesgo	31
Gráfico 5.	Comparación entre indicadores de aversión al riesgo	33
Gráfico B.1.	Volatilidad estimada de la rentabilidad del IBEX-35	42
Gráfico F.1.	Comparación entre indicadores de aversión al riesgo. EEUU y España	53
Gráfico F.2.	Comparación entre indicadores de aversión al riesgo. Alemania y España	54
Gráfico F.3.	Comparación entre indicadores de aversión al riesgo. Reino Unido y España	54

## 1. Introducción

El objetivo de este trabajo es desarrollar una medida de la aversión al riesgo para el inversor medio o representativo del mercado español de renta variable que permita seguir su evolución en el tiempo. De acuerdo con la teoría económica, aumentos (disminuciones) de la aversión al riesgo propician disminuciones (aumentos) en los precios que los inversores están dispuestos a pagar por activos financieros con pagos o rendimientos que no son seguros. Así, disponer de una medida de este tipo puede resultar útil para analizar la evolución de los mercados financieros y la de los precios de los valores.

El interés por las medidas o indicadores empíricos de aversión al riesgo ya no se circunscribe al ámbito académico, sino que se manifiesta también en iniciativas concretas en el mundo práctico de los analistas de coyuntura. Así, por ejemplo, el Banco Internacional de Pagos (BIS) utiliza una serie de indicadores de aversión al riesgo para los índices Standard & Poor's 500, DAX-30 y FTSE-100 en su publicación trimestral. La metodología que se sigue en este trabajo es similar a la utilizada por el BIS, por lo que será posible comparar los resultados para el mercado español, particularizados en el IBEX-35, con los obtenidos para los índices señalados.

Se han construido dos indicadores relativos al IBEX-35, a través de métodos distintos, que recogen los efectos negativos sobre los inversores de los atentados del 11 de septiembre de 2001 en Nueva York y de la etapa previa a la invasión de Iraq. Sin embargo, presentan una evolución contraria a la esperada antes y después del pinchazo de la burbuja tecnológica y no captan efectos significativos por los atentados del 11 de marzo de 2004 en Madrid. Cabe resaltar, como un detalle significativo, que todos los indicadores muestran un descenso continuo de la aversión al riesgo en los mercados tras la invasión de Irak.

Tras el cálculo de los indicadores de aversión al riesgo en el mercado español, se ha analizado mediante técnicas de regresión el impacto en la evolución de una serie de variables macroeconómicas y financieras, potencialmente relevantes, sobre las actitudes frente al riesgo del inversor representativo. Así, se esperaba que la aversión al riesgo aumentara con caídas en los índices de confianza del consumidor e industrial en España, con aumentos en la tasa de paro, con caídas en la rentabilidad de la renta fija y en los índices de renta variable y en su ratio de precio sobre beneficios. De las anteriores, la tasa de paro y la variación de los índices de renta variable son las variables que han mostrado un mejor resultado.

Por último, también se ha analizado la existencia de una posible relación entre la rentabilidad futura del IBEX-35 y la aversión al riesgo. Según la teoría económica, una mayor aversión al riesgo debería suponer un incremento en la prima de riesgo y, por ello, en la rentabilidad futura esperada. Sin embargo, la evidencia empírica rechaza que dichos indicadores contengan información relevante sobre la rentabilidad esperada del IBEX-35. Lo mismo sucede entre los indicadores construidos por el BIS y sus respectivos índices bursátiles.

La metodología usada para construir los indicadores de aversión al riesgo en el mercado español está basada en las diferencias entre probabilidad estadística y la



probabilidad ponderada por preferencias<sup>1</sup> de la rentabilidad futura del índice bursátil. Para calcular esta última se han optado por dos procedimientos distintos, ambos basados en la información contenida en las opciones de compra sobre el índice negociadas en MEFF.

El trabajo se ha estructurado de la siguiente manera: en el segundo epígrafe se describen de manera teórica los diversos métodos para la cuantificación del riesgo, especialmente los relacionados con la probabilidad ponderada por preferencias; en el tercer epígrafe se detallan los métodos estadísticos de estimación de las funciones de probabilidad; en el cuarto epígrafe se describe la muestra utilizada que proviene del mercado de opciones español MEFF; en el quinto epígrafe aparecen los indicadores calculados, sus relaciones con variables macroeconómicas y financieras, su incapacidad de ser un indicador adelantado de la rentabilidad futura del IBEX-35 y se comparan con los estimados por el BIS; y por último se detallan las conclusiones.

---

<sup>1</sup> El término probabilidad ponderada por preferencias se utiliza en un número reducido de estudios, siendo más común el término probabilidad neutral al riesgo. En este estudio se va a utilizar el primer término por ser menos confuso, ya que el segundo se confunde con la neutralidad al riesgo que es la característica de los individuos a los que no le afecta el riesgo.

## 2. La cuantificación de la aversión al riesgo

En el análisis económico de las decisiones de inversión de los individuos, su actitud frente a la incertidumbre en los pagos, y por tanto en los consumos de bienes y servicios en el futuro, juega un papel determinante. Una primera aproximación a este análisis consiste en clasificar cualitativamente a los individuos según su actitud frente al riesgo:

- Individuos **aversos al riesgo**: A los que el riesgo en los pagos futuros les suponen un perjuicio en su satisfacción o utilidad. Por ello, entre dos inversiones alternativas, pueden elegir la de menor rentabilidad esperada pero menos arriesgada. La aversión al riesgo es el supuesto más habitual a la hora de analizar el comportamiento de las personas físicas.
- Individuos **neutrales al riesgo**: Aquellos que son indiferentes al riesgo en dichos pagos, por lo que siempre eligen la inversión con mayor rentabilidad esperada. Habitualmente se suele considerar a las empresas como neutrales al riesgo.
- Individuos **amantes del riesgo**: Aquellos individuos que disfrutan de la incertidumbre sobre los pagos, por lo que entre dos alternativas pueden elegir una inversión con menor rentabilidad esperada pero más arriesgada. Esta descripción puede aplicarse a casos extremos como la ludopatía, pero también sirve para analizar el comportamiento de las sociedades anónimas próximas a la quiebra, dirigidas por sus accionistas cuyos pagos no pueden ser inferiores a cero, como expone Merton (1974) en su modelo sobre valoración de deuda empresarial.

La sensibilidad positiva o negativa de los inversores al riesgo influye en los mercados de valores ya que la cartera óptima será la que maximice el bienestar de los inversores en términos de rentabilidad esperada y volatilidad. Diferencias en el grado de aversión al riesgo alterarán los precios de los activos porque, aunque sus pagos esperados sean iguales, los riesgos en los mismos pueden ser distintos. Por ejemplo, suponiendo que los inversores son aversos al riesgo, la rentabilidad esperada de las acciones, un activo arriesgado, será superior a la de la deuda pública, cuyos pagos esperados presentan una menor volatilidad.

Dado que los inversores presentan distintas actitudes frente al riesgo, es necesario cuantificar en que grado son aversos al riesgo para poder hacer comparaciones entre ellos y entre distintos momentos en el tiempo para un mismo inversor. En la literatura económica se usan varios tipos de medidas, entre las que se puede destacar las siguientes:

- Una de las medidas más simples es la del **equivalente cierto**, que es la cantidad cierta de dinero en la que una persona se encuentra indiferente entre ese pago seguro y los pagos inciertos de una determinada inversión. La diferencia entre el equivalente cierto y el valor esperado de los pagos es la **prima de riesgo** de dicha inversión.

*Por ejemplo, si la inversión consiste en un juego de cara y cruz, donde la cara supone un pago de 750 euros y la cruz de 250 euros. La esperanza de pagos será de 500 euros y la desviación típica de 250. Una persona neutral al riesgo se encontrará indiferente entre jugar el juego o cobrar la*

esperanza de pagos, 500 euros. Sin embargo, una persona aversa al riesgo preferirá cobrar una cantidad inferior a los pagos esperados, o equivalente cierto, y no jugar. Así pues, el equivalente cierto disminuye según aumenta la aversión al riesgo y, por el contrario, la prima de riesgo aumenta.

La medida anterior es útil para comparar individuos que se enfrentan a un mismo juego y parten de la misma situación económica. Sin embargo, no sería una medida adecuada para comparar la aversión al riesgo entre individuos que se enfrentaran a distintos juegos.

– **Coefficientes de aversión al riesgo Arrow-Pratt.** Estos coeficientes miden la concavidad de la función de utilidad de los individuos, ya que cuanto mayor sea ésta mayor será la aversión al riesgo. Se utilizan dos tipos de coeficientes:

– Coeficiente de aversión absoluta al riesgo:  $CAAR = -\frac{1}{2} \cdot \frac{u''(X)}{u'(X)} \Big|_{X=\bar{X}}$ , donde,

$u(X)$  es la función de utilidad,  $X$  es el consumo y  $\bar{X}$  es el consumo esperado. Esta medida, es aproximadamente la razón entre la prima de riesgo y la varianza de los pagos. Con esta medida, se podrían comparar individuos que se enfrenten a pagos con distinta volatilidad, mientras que su consumo esperado,  $\bar{X}$ , sea similar.

– Coeficiente de aversión relativa al riesgo:  $CARR = -\frac{1}{2} \cdot \frac{u''(X)}{u'(X)} \cdot X \Big|_{X=\bar{X}}$ , permite comparar individuos que se enfrenten a pagos con distinta volatilidad y esperanza.

Una gran parte de los estudios realizados sobre la aversión al riesgo se han basado en los coeficientes de aversión al riesgo de Arrow-Pratt. Aït – Salía y Lo (2000) recogen los resultados obtenidos por diversos autores en la estimación de estos coeficientes, sobre todo el de aversión relativa al riesgo. En la siguiente tabla se resumen algunos de estos resultados que, como puede observarse, son muy heterogéneos.

Cuadro 1.

**Coefficientes de aversión relativa al riesgo de estudios anteriores**

Estudio	Rango del parámetro
Arrow (1971)	1
Friend y Blume (1975)	2
Hansen y Singleton (1982, 1984)	0-1
Mehra y Prescott (1985)	55
Epstein y Zin (1991)	0,4-1,4
Ferson y Constantinides (1991)	0-12
Cochrane y Hansen (1992)	40-50
Jorion y Giovannini (1993)	5,4-11,9
Normandin y St-Amour (1996)	<3
Aït-Sahalia y Lo (2000)	12,7
Bills y Panigirtzoglou (2003) <sup>2</sup>	3,7-5,0

<sup>2</sup> Estos datos son de un estudio posterior y se han incluido aquí para permitir su comparación.

- **Prima de probabilidad:** De acuerdo con Mas-Collel y otros (1995), la prima de probabilidad es la variación necesaria en la probabilidad de los estados o sucesos del juego, incrementando la del estado con mayores pagos y disminuyendo la del estado con menores pagos, para que una persona sea indiferente entre un pago cierto y jugar un juego con esas probabilidades modificadas.

*En el ejemplo de la moneda, la prima de probabilidad sería el aumento de la probabilidad de que en la moneda saliera cara, y la consecuente reducción en la probabilidad de cruz, para que un individuo averso al riesgo estuviera indiferente entre cobrar 500 euros seguros o jugar.*

- **Comparación entre probabilidades estadísticas y probabilidades ponderadas por preferencias:** En la modelización de **Arrow** (1964) - **Debreu** (1959) surge una nueva posibilidad de valorar la aversión al riesgo de los individuos a través de la comparación entre las probabilidades estadísticas de los pagos y las probabilidades ponderadas por preferencias, concepto que se desarrolla a continuación.

## 2.1 Probabilidades ponderadas por preferencias

Las probabilidades ponderadas por preferencias, o neutrales al riesgo según la terminología más común, surgen de la modelización de situaciones de incertidumbre de Arrow-Debreu. En esta modelización para cada periodo futuro se pueden producir  $M$  estados o situaciones diferentes ( $m = 1, 2, 3, \dots, M$ ) con unas probabilidades estadísticas  $\pi_m$  asociadas a cada uno.

Así, para un mundo en el que sólo existen dos periodos:

- $t = 0$ , es el periodo inicial donde se toma la decisión sobre la inversión. Ésta consistirá en la elección de una combinación de  $N$  posibles activos cuyos precios en  $t = 0$  vienen dados por el vector  $P' = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_N)$  dada una riqueza disponible.
- $t = 1$ , es el periodo final, en el que se pueden producir cualquiera de los  $M$  estados antes mencionados. En cada estado  $m$ , el activo  $n$ -ésimo producirá un pago  $x_{nm}$ . Con estos pagos se puede construir una matriz de pagos de los activos  $X_{M \times N}$ .

El teorema fundamental de la economía financiera enuncia que un vector de precios de los activos  $P$  no permite el arbitraje si y sólo si existe un vector estrictamente positivo  $Q_{M \times 1}$  tal que se cumpla que  $P' = Q' \cdot X$ . Si se supone que existe un número suficiente de activos con pagos linealmente independientes<sup>3</sup> se podrá afirmar que dicho vector  $Q$  es único.

El vector  $Q$  proporciona  $M$  valores para cada uno de los estados posibles en el periodo  $t = 1$ . Estos valores son conocidos como precios de los *activos elementales de Arrow* ya que indican los precios que estaría dispuesto a pagar el inversor por un

<sup>3</sup> Los pagos de un activo, son linealmente independientes si no se pueden reconstruir a través de combinaciones lineales de pagos de otros activos. El número de activos con pagos linealmente independientes se puede determinar a través del rango de la matriz  $X$ . Si dicho rango es superior al número de estados posibles  $M$  se considerará que los mercados son completos, por lo que se cumplirá que el vector  $Q$  es único.

activo que diera una unidad de consumo si y sólo si se produjera el estado correspondiente.

Conocidos los pagos del activo  $n$ -ésimo en cada estado  $m$ , es posible calcular el precio de dicho activo en  $t = 0$  utilizando el precio de estos activos elementales.

$$p_n = Q' \cdot X_n = \sum_{m=1}^M x_{mn} \cdot q_m = x_{1n} \cdot q_1 + x_{2n} \cdot q_2 + x_{3n} \cdot q_3 + \dots x_{Mn} \cdot q_M, \quad \forall n = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

En el caso de que el activo  $n = 1$  tenga pagos fijos  $F$  en todos los estados, esto es, cuando se trate de un activo libre de riesgo, su precio en  $t = 0$  será

$$p_1 = Q' \cdot X_1 = \sum_{m=1}^M F \cdot q_m = F \sum_{m=1}^M q_m. \text{ Operando en la anterior ecuación se determina}$$

que  $\frac{F}{p_1} = \frac{1}{\sum_{m=1}^M q_m} = 1 + r_1$ , por lo que  $r_1$  es la rentabilidad libre de riesgo en esta economía.

nomía.

A partir de aquí, la ecuación de valoración de los activos (1) se puede transformar de la siguiente manera:

$$p_n = \sum_{m=1}^M x_{mn} \cdot q_m = \frac{1}{(1 + r_1)} \sum_{m=1}^M x_{mn} \cdot q_m \cdot (1 + r_1) = \frac{1}{(1 + r_1)} \sum_{m=1}^M x_{mn} \cdot \hat{\pi}_m = \frac{1}{(1 + r_1)} \cdot \hat{E}(x_n) \quad (2),$$

donde  $\hat{\pi}_m = q_m \cdot (1 + r_1)$ . Este término se conoce como **probabilidad ponderada por preferencias**, y se utilizará para estimar la aversión al riesgo de los individuos. El operador  $\hat{E}$  es la esperanza matemática de los pagos calculada utilizando dichas probabilidades.

Las probabilidades estadísticas  $\pi_m$  y las probabilidades ponderadas por preferencias  $\hat{\pi}_m$  están relacionadas pero no son necesariamente iguales. La razón de su posible divergencia es la no neutralidad al riesgo de los inversores, que altera las valoraciones de los individuos para pagos en situaciones distintas. Así, un individuo averso al riesgo estará dispuesto a pagar más por una unidad de renta que se produzca en un estado de penuria económica ( $n = pen$ ) que en un estado en el que su situación sea boyante ( $n = boy$ ), aunque ambas situaciones sean equiprobables. Por ello se cumplirá que  $q_{pen} > q_{boy}$  y, por tanto,  $\hat{\pi}_{pen} > \hat{\pi}_{boy}$  aunque  $\pi_{pen} = \pi_{boy}$ .

*Podemos aplicar lo anterior al ejemplo del juego del lanzamiento de una moneda. En ese mundo existen sólo dos posibles situaciones en el futuro, cara o cruz. En cada una de estas situaciones se produce un pago distinto para el jugador y por lo tanto un consumo diferente, donde si obtiene cara consume 750 euros y si consigue cruz 250 euros. Si a un individuo neutral al riesgo se le ofrecieran dos activos elementales de Arrow, uno que pagara un euro en la situación cara y otro que pagara una unidad de consumo en cruz, la valoración de ambos activos sería de 0,5 euros por su probabilidad estadística. Sin embargo, un individuo averso al riesgo estará dispuesto a pagar una cantidad mayor a 0,5 euros por el activo elemental que paga en el estado cruz, ya que allí su consumo es menor, e inferior a 0,5 euros por el activo que paga un euro en el estado cara donde su consumo es mayor.*

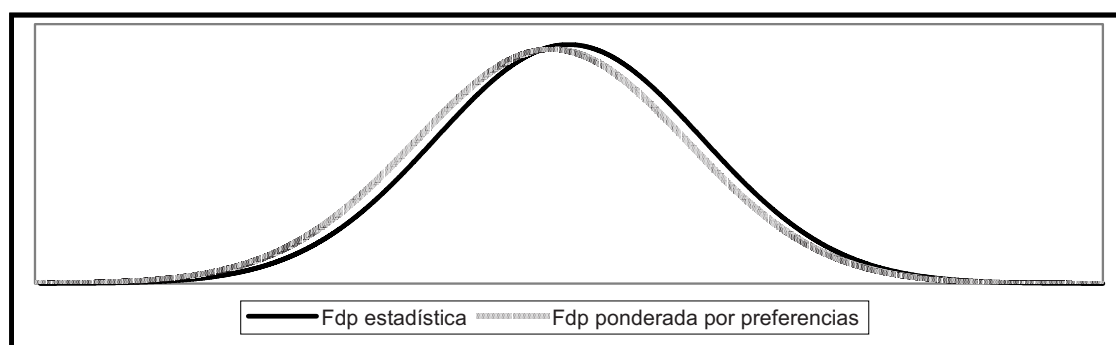
Las discrepancias entre las probabilidades estadísticas y las probabilidades ponderadas por preferencias permiten cuantificar la aversión al riesgo de los individuos.

Una posible medida, cercana a la prima de probabilidad mencionada anteriormente, es la diferencia entre esas probabilidades para las situaciones en que el consumo se espera que sea bajo. En el ejemplo de la moneda, sería la diferencia entre el valor de un activo elemental de Arrow que pague en cruz y la probabilidad que ocurra cruz, 50%. Si los individuos son neutrales al riesgo esta diferencia será igual a cero, pero irá aumentando según se incremente la aversión al riesgo.

Este mismo análisis se puede extender a distribuciones de probabilidad más complejas, como las funciones continuas. Así en el gráfico 1 se presentan dos funciones de densidad de probabilidad; una de ellas corresponde a una función estadística generada a partir de una distribución normal, que determinará el consumo disponible; la segunda corresponde a una función de densidad de probabilidad ponderada por preferencias asociada a la anterior distribución estadística. Como se puede observar, la probabilidad ponderada por preferencias supera a la estadística para los valores que son bajos en consumo, mientras que para valores altos es inferior.

Gráfico 1.

### **Función de densidad de probabilidad estadística y ponderada por preferencias**



## **2.2 Estimación de la probabilidad ponderada por preferencias mediante opciones**

En los anteriores párrafos se ha descrito la manera de medir la aversión al riesgo utilizando para ello los precios de los *activos elementales de Arrow*. Sin embargo, en el mundo real no existen mercados donde se negocien estos activos, por lo que no es posible conocer su precio en el periodo inicial.

Breeden y Litzenberger (1978) muestran como se pueden calcular los precios de los *activos elementales* a partir de opciones sobre los bienes disponibles para el consumo en un periodo futuro. Así, suponiendo que el subyacente es un único activo que determina las posibilidades de consumo en el periodo  $T$ , por lo que se conoce como riqueza agregada ( $m$ ). Los pagos de este activo se distribuyen de forma discreta y adoptan los valores  $m \in \{1, 2, 3, \dots, M\}$ .

Se supone, además que existen  $M$  opciones de compra cuyo subyacente es la riqueza agregada con precios de ejercicio  $m$  y precios  $C(m)$ . Combinando dichas opciones se pueden crear diversas carteras de inversión. Una posible cartera sería la resultante de comprar una opción de compra con precio de ejercicio  $m^* - 1$ , otra con precio  $m^* + 1$  y la venta de dos opciones de compra con precio de ejercicio  $m^*$ . El pago de dicha cartera sería de una unidad de riqueza si y sólo si se produce el

estado<sup>4</sup>, así que es un activo equivalente en pagos a al *activo elemental de Arrow*  $m^*$ -ésimo. Por lo que si se supone que no existen posibilidades para el arbitraje, es posible conocer el precio de ese *activo elemental* a través del precio de las opciones de compra:

$$q_{m^*} = PC = \frac{[C(m^* - 1) - C(m^*)] - [C(m^*) - C(m^* + 1)]}{\Delta M} \quad (3)$$

donde  $\Delta M$  es la variación entre los precios de ejercicio de las opciones disponibles en la economía, que en el caso desarrollado anteriormente es igual a uno.

Si la riqueza agregada se distribuyera según una función de distribución continua, a partir de (3) se obtendría que el precio de los *activos elementales* que sería la segunda derivada del precio de la opción respecto al precio de ejercicio:

$$q_{m^*} = \lim_{\Delta M \rightarrow \infty} \frac{PC}{\Delta M} = \lim_{\Delta M \rightarrow \infty} \frac{[C(m^* - 1) - C(m^*)] - [C(m^*) - C(m^* + 1)]}{(\Delta M)^2} = \left. \frac{\partial^2 C(X)}{\partial X^2} \right|_{X=m^*} \quad (4)$$

Las funciones de valoración (3) y (4) permiten valorar el precio de los *activos elementales* de Arrow, y con ello y usando la ecuación (1) o (2) se pueden calcular el precio de todos los activos de esta economía cuyos pagos dependen de la riqueza agregada:

Si los estados posibles de la naturaleza se distribuyen como una variable discreta, el precio de un activo en  $t$  cuyos pagos se produzcan sólo en  $T$  se calcula a través de la función (5):

$$P_{nt} = \sum_{m=1}^M X_{nmT} \cdot \frac{[C(m-1) - C(m)] - [C(m) - C(m+1)]}{(\Delta M)^2} = \sum_{m=1}^M X_{nmT} \cdot q_m \quad (5)$$

En el caso de una distribución continua de los posibles estados de la naturaleza, el precio de dicho activo  $n$  en  $t$  se calcula a través de la función (4):

$$P_{nt} = \int_m X(n, m, T) \cdot \frac{\partial^2 C(m, T)}{\partial m^2} dm = \int_m X(n, m, T) \cdot q(m) dm \quad (6)$$

Conocidos los precios de los activos de Arrow y la rentabilidad libre de riesgo en esta economía, es posible calcular las probabilidades ponderadas por preferencias  $\pi_{mt} = (1 + r_t) \cdot q_{mt}$ .

Sin embargo, cuando se quiere aplicar empíricamente el anterior modelo para conocer la función de densidad de probabilidad ponderada por preferencias y con ello construir un indicador de la aversión al riesgo de los individuos existen una serie de problemas y limitaciones:

No existen opciones cuyo activo subyacente sea la riqueza total de una economía. En este trabajo se va a limitar el análisis a la riqueza bursátil, aplicándose la anterior técnica solamente a las opciones de compra sobre el índice de renta variable española IBEX-35.

Aunque la distribución de un índice bursátil pueda considerarse continua, los precios de ejercicio de las opciones negociadas en los mercados para ese índice bursá-

<sup>4</sup> Para un mayor detalle sobre este cálculo, véase anexo A sobre el documento de Breeden y Litzenberger (1978).

til siguen una distribución discreta. Por ello es necesario realizar supuestos sobre el valor que tomarían las opciones con precios de ejercicio intermedios en caso de existir, es decir es necesario hacer interpolaciones entre los datos conocidos.

Un índice bursátil puede teóricamente tomar valores entre cero e infinito. Sin embargo los precios de ejercicio de las opciones negociadas en los mercados organizados suelen estar cercanos al valor del índice subyacente en el momento en que se crearon dichos contratos de opciones. Para poder completar la función de densidad de probabilidad ponderada por preferencias es necesario extrapolar la información contenida en las opciones negociadas.





### 3. Estimación empírica de las probabilidades estadística y ponderada por preferencias

#### 3.1 Función de densidad de probabilidad estadística

La función de distribución estadística de la rentabilidad de los índices bursátiles presenta unas características diferentes a las de otras series cuya evolución puede ser analizada a través de una función de probabilidad normal. Entre las discrepancias destacan:

- **Persistencia de la volatilidad.** Su volatilidad se suele presentar agrupada, de manera que tras una variación fuerte, se suelen producir nuevas observaciones extremas con una frecuencia mayor que en un proceso estadístico gaussiano. También las variaciones pequeñas suelen ser seguidas por variaciones pequeñas. Esta persistencia en la volatilidad ya fue descrita de forma temprana por Mandelbrot (1963).
- **Leptocurtosis.** La rentabilidad en estas series suele ser leptocúrtica, así que su función de densidad presenta colas más gruesas que las de la función de distribución normal. A consecuencia de ello las observaciones extremas se suelen presentar con mayor frecuencia que en un proceso gaussiano de similar varianza. Mandelbrot (1963) y Fama (1965) describen esta particularidad.
- **Efecto apalancamiento.** Este fenómeno, que fue denominado así en Black (1976), se refiere a la existencia de una correlación negativa entre la rentabilidad de las acciones y las variaciones en su volatilidad. Esta característica provoca que la volatilidad aumente más tras variaciones negativas que tras variaciones positivas de la misma magnitud<sup>5</sup> y que su función de densidad sea asimétrica.

En el cuadro 2 aparecen varios estadísticos descriptivos de la rentabilidad diaria del IBEX-35, del DAX-30, del FTSE-100 y del Standard & Poor's-500, donde se observan las características antes mencionadas. Nótese que el contraste de normalidad Jarque Bera, rechaza la hipótesis de normalidad de la rentabilidad diaria de los índices considerados.

Para captar la función de densidad estadística se va a utilizar un modelo GARCH<sup>6</sup> asimétrico. Este sistema permite captar la persistencia en la volatilidad y las caídas en el índice que presenten efectos distintos sobre la volatilidad. Una vez estimados los parámetros, se procederá a realizar 2.000 simulaciones, para cada día de análisis.

---

<sup>5</sup> El efecto apalancamiento se produce porque al reducirse el valor de las acciones de una empresa, aumenta el ratio de valor de la deuda sobre valor de las acciones. Si el rendimiento de los activos de la empresa se mantiene, este mayor ratio aumenta la influencia de los mismos sobre el rendimiento de las acciones, de modo que para volatilidades similares en el rendimiento de los activos se producirán volatilidades mayores en el rendimiento de las acciones.

<sup>6</sup> GARCH son las iniciales de *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* o heterocedasticidad condicionada autorregresiva generalizada. Los modelos ARCH fueron introducidos por Engle (1982) y su modelización generalizada por Bollerslev (1986) y Taylor (1986).

sis, y así obtener la distribución probabilística del índice. En el anexo B se describe más detalladamente este proceso.

Cuadro 2.

**Estadísticas descriptivas de la rentabilidad de índices bursátiles**

<b>Rentabilidad diaria</b>	<b>IBEX-35</b>	<b>DAX-30</b>	<b>FTSE-100</b>	<b>S&amp;P-500</b>
Media anualizada <sup>1</sup>	7,66%	5,55%	4,44%	7,90%
Desv. Estándar anualizada <sup>1</sup>	21,06%	23,17%	16,50%	16,20%
Coefficiente de asimetría	-0,15	-0,24	-0,09	-0,10
Coefficiente de curtosis <sup>2</sup>	3,17	3,89	3,08	3,83
Probabilidad Contraste Jarque Bera	0,00	0,00	0,00	0,00

Periodo analizado: 02/01/1990 – 30/12/2004

1. La anualización se ha realizado multiplicando por 252 días la media diaria y por su raíz la desviación estándar diaria.

2. Al coeficiente de curtosis se le ha restado 3, por lo que si la distribución fuera normal su valor sería próximo a cero.

### 3.2 Distribución de probabilidad ponderada por preferencias al riesgo

Como se ha visto anteriormente la función de distribución de probabilidad ponderada por preferencias permite valorar todos los activos de la economía y por lo tanto también las opciones de compra y de venta, para cualquier precio de ejercicio. Así para la opción de compra con precio de ejercicio  $K$  se deberá cumplir que:

$$C(T, t, K) = \left(\frac{1}{1+r}\right)^{(T-t)} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{máx}\{P_{Tm} - K, 0\} \cdot q_m, \text{ esta función permite valorar las}$$

opciones porque cada pago en estados iguales o superiores a  $K$ , es valorado por el precio de los *activos elementales de Arrow*. En la siguiente expresión, se generaliza lo anterior para distribuciones continuas.

$$\begin{aligned} C(T, t, K) &= e^{-r(T-t)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \text{máx}\{P(T) - K, 0\} \cdot q(P(T)) \cdot dP(T) = \\ &= e^{-r(T-t)} \cdot \int_K^{\infty} (P(T) - K) \cdot \frac{\partial^2 C(T, t, K)}{\partial K^2} \cdot dP(T), \quad \forall K \end{aligned} \tag{7}$$

donde  $e^{-r(T-t)}$  es la función de descuento,  $r$  es el tipo de interés libre de riesgo,  $T$  es la fecha de vencimiento,  $t$  es la fecha para la que se realiza la valoración,  $P(T)$  es el precio del activo subyacente en la fecha de vencimiento,  $K$  es el precio de ejercicio de la opción y  $q(P(T))$  es la función de densidad ponderada por preferencias del precio del subyacente en la fecha de vencimiento que se obtiene a través de la segunda derivada del precio de la opción respecto al precio de ejercicio.

Como se comentó en el apartado segundo, a la hora de estimar la función de probabilidad ponderada por preferencias a partir de las opciones negociadas en los mercados se presentan dos problemas, la discrecionalidad de los precios de ejercicio y

que su rango está limitado a valores cercanos al precio del subyacente en el momento de valoración. Para solucionar este problema es necesario realizar una interpolación y una extrapolación a partir de los datos conocidos, operaciones que pueden realizarse de manera muy diversa. Bliss y Panigirtzoglou (2002) destacan cinco métodos:

- a) **Especificación del proceso estocástico.** En estos modelos se supone la existencia de un determinado modelo estocástico que rige la evolución de los precios del activo subyacente. Este modelo estocástico suele ser paramétrico, y sus características se estiman a través de los precios de los mercados de opciones. Una vez determinados los parámetros se pueden calcular las probabilidades que los inversores asignan a determinadas evoluciones del precio del activo subyacente por lo que se obtiene una distribución de probabilidad. Un ejemplo de este tipo de análisis es el trabajo de Malz (1995) que, en el contexto de la crisis del sistema monetario europeo de principios de los años noventa, asigna probabilidades percibidas por el mercado para reajustes de la libra esterlina y el marco.
- b) **Árboles binomiales implícitos en los mercados de opciones.** Se utilizan métodos basados en la valoración de derivados a través de árboles binomiales para conocer las probabilidades implícitas. Este tipo de análisis no impone una determinada distribución a la evolución del subyacente por lo que es menos restrictivo que los análisis paramétricos como el anterior. Un ejemplo de este análisis es el trabajo de Jackwerth y Rubinstein (1996) donde extraen las probabilidades implícitas en los mercados sobre la evolución del Standard & Poor's 500.
- c) **Diferencias finitas.** Este tipo de métodos se utiliza a partir del artículo de Breeden y Litzenberger (1978) previamente mencionado. Se basa en que la diferenciación del precio de una opción respecto al precio de ejercicio, genera una función de probabilidad acumulada lo que permite calcular la función de densidad ponderada por preferencias en los mercados de opciones.
- d) **Función de aproximación a la distribución.** No se busca estimar la función de distribución del subyacente, sino utilizar una función de distribución sustitutiva que permita valorar las opciones sobre la misma con un mínimo error respecto a los precios de mercado. Una de las funciones de aproximación más utilizadas es la mixtura de log normales, la cual se va a utilizar en este estudio.
- e) **Interpolación y extrapolación de la curva de volatilidades.** Utilizando los modelos de Black Scholes para valoración de opciones europeos se calculan las volatilidades implícitas para las opciones cotizadas, que forman una curva de volatilidades, o smile como es conocida por el mercado. Dados esos puntos conocidos de volatilidades implícitas y precios de ejercicio, se procede a interpolar y extrapolar entre los mismos para lograr una función continua que permita conocer los precios de las opciones para cualquier precio de ejercicio. Este método también se va a aplicar en este estudio.

### **3.2.1 Función de aproximación a la distribución de la probabilidad ponderada por preferencias**

La forma más utilizada en la literatura se basa en una mixtura o combinación de funciones de distribución log normales. Esta forma de aproximación a la función de probabilidad ponderada por preferencias fue introducida por Melick y Thomas

(1997), al usar una mixtura de tres variables log normales para analizar la evolución del precio del petróleo durante la segunda guerra del golfo pérsico. Este método es uno de los más utilizados actualmente.

En este trabajo, se utiliza la mixtura de dos funciones log normales. Éstas se *mezclan* a través de una variable aleatoria que sigue una distribución de Bernuilli la cual determina cual de ambas funciones regirá el proceso estocástico. Esta combinación de funciones permite construir una función de densidad con mayor flexibilidad en sus características. Así, su asimetría y curtosis puede tomar valores distintos a los que tomaría en caso de utilizar una única función log normal.

Su función de verosimilitud será:

$$f(S) = \theta \cdot \log N(\mu_1, \sigma_1, S) + (1 - \theta) \cdot \log N(\mu_2, \sigma_2, S) \quad (8)$$

donde  $\theta$  es la probabilidad de que el subyacente se rija por el proceso estocástico  $I$  con media  $\mu_1$  y varianza  $\sigma_1^2$ , y  $1 - \theta$  por el proceso  $\bar{I}$  con media  $\mu_2$  y varianza  $\sigma_2^2$ .

Suponiendo ausencia de posibilidades de arbitraje, al igual que se realiza en el modelo de Black Scholes, es posible determinar uno de los parámetros en función de los otros cuatro, reduciendo por ello el número de parámetros a estimar a cuatro.

Los parámetros se determinarán a partir de la minimización de una función de pérdida cuadrática de la diferencia entre el precio del mercado de las opciones y el precio estimado a partir de la mixtura. Estos errores cuadráticos se ponderarán por la vega de cada opción dividida por su precio de ejercicio para así sobreponderar la información contenida en las opciones más liquidas que son aquellas con precio de ejercicio más cercano al precio del subyacente<sup>7</sup>. En el anexo C se explica con más detalle esta metodología. La función a minimizar será:

$$\min_{\theta, \mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2} \sum_{i=1}^N v_i (C(K_i, S) - C(K_i, S, \theta, \mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2))^2$$

sujeto a  $e^{rT} = \theta \cdot e^{\mu_1 T + 0,5\sigma_1^2 T} + (1 - \theta)e^{\mu_2 T + 0,5\sigma_2^2 T}$ ,

donde  $v_i$  es el coeficiente de la vega respecto al precio de ejercicio,  $C(K_i, S)$  es el precio de la opción de compra y  $C(K_i, S, \theta, \mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2)$  es el precio estimado a través de la mixtura de log normales.

Una vez determinados los parámetros, se puede calcular  $\frac{\partial C}{\partial K}$  y  $\frac{\partial^2 C}{\partial K^2}$  para todo  $K$  superior a cero y, por lo tanto, la función de distribución ponderada por preferencias.

### 3.2.2 Interpolación y extrapolación de la curva de volatilidades

En el modelo de valoración de opciones de Black Scholes se supone una volatilidad constante en la rentabilidad del subyacente para todas las opciones. Sin embargo en el mercado de opciones se observa que la volatilidad implícita de las opciones

<sup>7</sup> Esta ratio de la vega de una opción dividida por el precio de ejercicio tiene forma similar a una chi-cuadrado, cuyo máximo se encuentra en el precio del subyacente.

para un mismo plazo y subyacente varía con el precio de ejercicio y habitualmente forma una curva parecida a una sonrisa, conocida en el mercado como *smile*. En su estudio, Shimko (1993) realiza una interpolación de la volatilidad a través de un polinomio cuadrático de modo que para cada precio de ejercicio tiene una volatilidad estimada.

En este trabajo se sigue el procedimiento de Glatzer y Scheicher (2003). Éstos, utilizando las volatilidades implícitas de las opciones y las deltas, o variación de su precio respecto al subyacente, construyen una función continua a través de un *spline* cúbico restringiéndola mediante alisamiento para mejorar sus características de cara a la obtención de la probabilidad ponderada por preferencias. Este alisamiento es necesario debido a que esta función de probabilidad se obtendrá mediante la derivada de la función del precio de la opción respecto al precio de ejercicio.

El cálculo del *spline* cúbico se realizará mediante la minimización de la siguiente función objetivo<sup>8</sup>:

$$L(\Theta) = \sum_{i=1}^N v_i (\sigma_i - \sigma_{cs}(\Delta_i, \Theta))^2 + \lambda \int_{-\infty}^{+\infty} (\sigma''_{cs}(x, \Theta))^2 dx,$$

donde:  $\Theta$  son los parámetros del *spline* cúbico,  $\sigma_{cs}(\Delta_i, \Theta)$  es la volatilidad estimada a partir del *spline* cúbico,  $\lambda$  es el parámetro de alisamiento,  $\sigma''_{cs}(\Delta_i, \Theta)$  es la segunda derivada del *spline* cúbico respecto a delta y  $v_i$  es el coeficiente vega de la opción utilizado anteriormente.

La anterior función tiene dos componentes:

- El primero de ellos es la suma de errores cuadráticos entre la volatilidad implícita de la opción y la volatilidad estimada utilizando el *spline* cúbico.
- El segundo término, precedido por el parámetro  $\lambda$ , es el término que facilita el alisamiento ya que la no linealidad de la función *spline* supone un incremento de la función objetivo.

Tras determinar esta función, que es continua y dos veces diferenciable, es posible pasar del espacio volatilidad - delta de la opción al espacio precio de la opción - precio de ejercicio de la opción, para cualquier precio de ejercicio, por lo que es posible numéricamente estimar la función de distribución ponderada por preferencias.

### 3.3 Cálculo de un indicador de aversión al riesgo

Una vez estimadas la probabilidad estadística y la probabilidad ponderada por preferencias es posible construir un indicador de aversión al riesgo de la misma basado en la diferencia entre ambas. En trabajos sobre la medición de la aversión al riesgo se siguen dos líneas principales a la hora de construir este indicador:

#### Indicador no paramétrico:

En la mayoría de los trabajos este indicador no es paramétrico, esto es, no es un parámetro de una función de utilidad que se supone que rige el comportamiento de

<sup>8</sup> Una mayor descripción de este procedimiento aparece en el anexo D. Por otra parte, en el anexo E se describen las funciones *spline* cúbicas y de sus propiedades.

los inversores. Así, se construye un indicador basado en las probabilidades de que el índice o activo subyacente se encuentre entre dos posibles valores al vencimiento de la opción. De la diferencia entre la probabilidad ponderada por preferencias y la probabilidad estadística de que ocurra el anterior suceso obtienen dicho indicador. Suponiendo que el inversor representativo es averso al riesgo, la probabilidad ponderada por preferencias será superior a la estadística para los casos en que los dos posibles valores supongan una caída del subyacente, diferencia que aumentará según aumente la aversión al riesgo<sup>9</sup>.

Así, el indicador de aversión al riesgo usado por Scheicher (2003) se construye a partir de la probabilidad de una caída superior al 10% en el índice subyacente. Para cada función de distribución de la probabilidad se tendrá una probabilidad distinta de que se produzca esta caída. La diferencia entre la probabilidad ponderada por preferencias y la probabilidad estadística será mayor cuando los individuos sean más aversos al riesgo. Este tipo de indicador es el que usa para analizar la aversión al riesgo utilizando las opciones sobre el índice alemán DAX-30. En el presente estudio para la renta variable española se va a utilizar un indicador similar.

Existen otros posibles indicadores de la aversión al riesgo, Tarashev y otros (2003) utilizan una razón de probabilidades y no la diferencia entre las mismas. Así el numerador contiene la probabilidad ponderada por preferencias de una caída determinada del índice y en el denominador la probabilidad estadística<sup>10</sup>. En dicho trabajo se aplica este análisis a las opciones negociadas sobre el índice americano Standard & Poor's-500, el británico FTSE-100 y el alemán DAX-30. Estos indicadores son los que ofrece el BIS en su publicación trimestral.

### **Indicador paramétrico:**

Bliss y Panigirtzoglou (2003) utilizan un enfoque paramétrico para medir la aversión al riesgo del inversor representativo. Tras estimar la función de distribución ponderada por preferencias la utilizan para predecir la evolución de los índices Standard & Poor's 500 y FTSE 100. Sin embargo y debido a la existencia de aversión al riesgo esta previsión presenta un sesgo a la baja y es necesario corregirla utilizando funciones de utilidad, las cuales modifican esa distribución en función de un parámetro que determina la aversión al riesgo<sup>11</sup> del individuo. Se puede alterar la potencia predictiva del indicador alterando dicho parámetro. Bliss y Panigirtzoglou suponen que el valor que maximice dicha capacidad de predicción es el parámetro que rige el comportamiento del consumidor. Este enfoque paramétrico les permite comparar los resultados de su estudio con otros resultados obtenidos anteriormente (véase cuadro 1). En su documento obtienen valores de la aversión relativa al riesgo constante que para el FTSE 100 van desde -1,25 a 11,76 y cuya media es de 5,02 y para el Standard & Poor's 500 van desde -1,34 a 8,17 y cuya media es de 3,68.

---

<sup>9</sup> Si los puntos elegidos son valores del subyacente que supongan una fuerte revalorización y el inversor representativo es averso al riesgo se producirá lo contrario, y la probabilidad estadística será superior a la ponderada por preferencias.

<sup>10</sup> Además ambas probabilidades están divididas por la probabilidad de los sucesos centrales de la distribución para los que existe información directa en el mercado de opciones sobre los índices.

<sup>11</sup> Las funciones de utilidad usadas en ese estudio son la función de utilidad con aversión absoluta al riesgo constante y la aversión relativa al riesgo constante. Para ambas funciones, la aversión del inversor se puede describir únicamente a través de un parámetro.

## 4. Muestra utilizada

La muestra utilizada está compuesta por opciones europeas sobre futuros del índice IBEX-35 negociadas en el Mercado Español de Futuros Financieros- MEFF. Este índice bursátil se compone de los 35 valores más líquidos negociados en la bolsa española a través del mercado continuo. Las opciones sobre dicho futuro se negocian para vencimientos en los tres meses más próximos y además para los siguientes meses de marzo, junio, septiembre y diciembre. Las fechas de vencimiento para dichos contratos son el tercer viernes de cada mes.

La muestra escogida es la de las opciones de compra negociadas entre marzo de 1999 y noviembre de 2004<sup>12</sup>. El mercado MEFF distribuye a través de su página en Internet información detallada sobre estos contratos de opciones, su precio de ejercicio, su fecha de ejercicio, su precio de liquidación, etcétera.

La selección de la muestra utilizada en este estudio se realizó de la siguiente manera:

- Utilización de las opciones de compra con veinte días hábiles hasta vencimiento. Con ello se buscaba homogeneizar temporalmente la muestra utilizada y a la vez tener una fecha de análisis del riesgo de mercado para cada mes del periodo seleccionado.
- Eliminación de la muestra de aquellas opciones que no se puedan valorar utilizando el método Black al no ser posible obtener una volatilidad implícita positiva para el precio de liquidación publicado por MEFF.
- Eliminación de aquellas opciones cuyo precio sea cero.
- Una parte de las opciones cotizadas en MEFF no presentan ninguna liquidez, principalmente aquellas cuyo precio de ejercicio está muy alejado del precio del subyacente, siendo el precio de liquidación publicado por el propio mercado. Pero si se utilizaran únicamente aquellas opciones con contratación en el día, el número de observaciones disponibles descendería excesivamente, principalmente para las opciones con precios de ejercicio lejanos al del subyacente, las cuales son las que más información aportan para determinar las colas de la función de densidad. Por ello es necesario llegar a un compromiso entre ambas limitaciones. En este trabajo se utilizarán los contratos para los que existan otras opciones con precio de ejercicio inferior y superior negociados<sup>13</sup>.

La muestra utilizada estará compuesta por 1.301 opciones de compra para las 46 fechas de análisis. El promedio de contratos utilizados por cada fecha fue de 28,3, siendo el mínimo de 12 opciones y el máximo de 59. El total de contratos negocia-

---

<sup>12</sup> En la muestra final se excluyó el mes de diciembre de 2004, para el que había un número muy bajo de opciones válidas y que producía distorsiones en la estimación.

<sup>13</sup> En otras palabras, se utilizará una opción con precio de ejercicio  $K$  sólo si: existe una opción que se ha negociado en el día con precio de ejercicio inferior o igual a  $K$  y existe una opción que se ha negociado en el día con precio de ejercicio superior o igual a  $K$ .



dos para las opciones analizadas fue de 63.038 contratos, lo que supone un promedio de 48,5 negociaciones por contrato utilizado para la estimación.

En este estudio también se incluyen otros datos que no son publicados por MEFF, como el valor del IBEX-35 que publica la Sociedad de Bolsas y el rendimiento de los depósitos en euros, cuyo valor se obtiene a través de Reuters.

## 5. Resultados empíricos

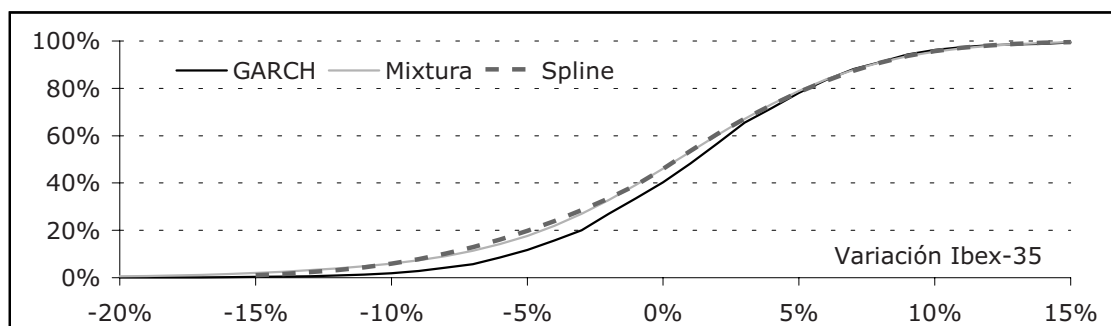
### 5.1 Construcción de indicadores de aversión al riesgo

Se construyeron dos indicadores de la aversión al riesgo del inversor representativo en el mercado de renta variable español. El primer indicador fue construido utilizando la función de distribución de probabilidad ponderada por preferencias estimada a través de la mixtura de log normales y el segundo a través del *spline* cúbico de las volatilidades implícitas.

En el gráfico 2 se pueden observar un ejemplo de las funciones de distribución acumuladas calculadas, tanto las ponderadas por preferencias como las estadísticas. Así, y como predice la teoría, las funciones de distribución de probabilidad ponderadas por preferencias son superiores para caídas del IBEX-35, pero para revalorizaciones del subyacente la distribución estadística del índice alcanza a la anterior.

Gráfico 2.

#### Funciones de distribución acumulada. 24 de mayo de 2002



En el gráfico 3 se puede observar la evolución de los indicadores calculados desde marzo de 1999 a noviembre de 2004, así como sus correspondientes medias móviles centradas para cinco meses. Como se puede observar, ambos indicadores muestran un crecimiento de la aversión al riesgo tras los atentados contra las torres gemelas en septiembre de 2001 y la situación previa a la invasión de Iraq por parte de EEUU. Sin embargo, ninguno de los dos refleja un aumento de la aversión al riesgo tras los atentados en Madrid en marzo de 2004, quizás por la pobreza de la muestra disponible durante el año 2004.

Además el indicador presenta una evolución contraintuitiva para el periodo anterior e inmediatamente posterior al desplome bursátil de 2000 causado por el pinchazo de la burbuja tecnológica. Durante el periodo anterior indicaba una alta aversión al riesgo y en el periodo inmediatamente posterior un fuerte descenso de la misma,

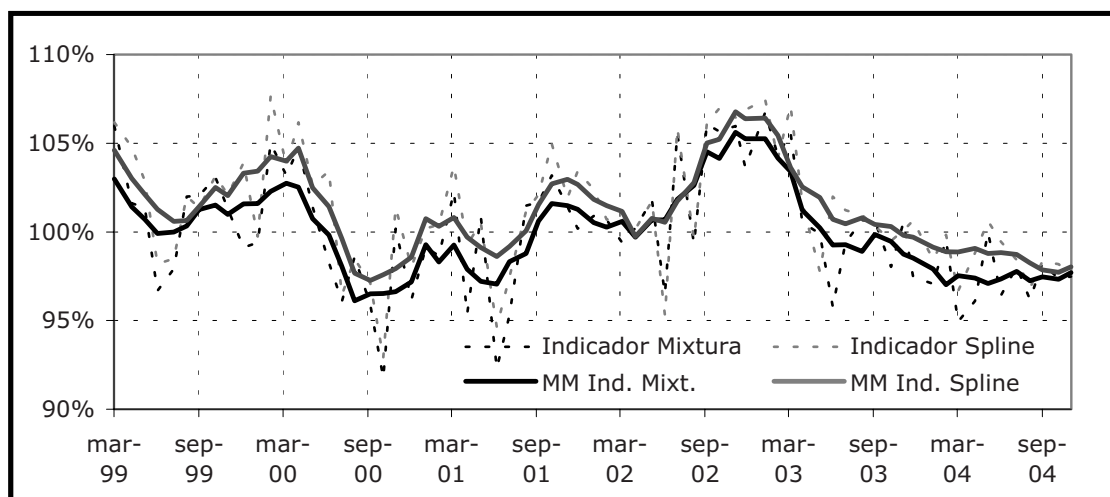
este efecto también se observa en los índices construidos por el Banco Internacional de Pagos<sup>14</sup>.

En el gráfico 3 se observa que a partir del inicio de la invasión de Iraq, ambos indicadores muestran un prolongado descenso, alcanzando a finales de 2004 niveles próximos al mínimo de la muestra. Este periodo coincide con un ascenso prolongado en el índice Ibex-35.

Gráfico 3.

### Indicadores de aversión al riesgo

Indicador 100 = Promedio del indicador



## 5.2 Determinantes de la aversión al riesgo

Una vez calculado un estimador de la aversión al riesgo del inversor representativo en el mercado bursátil español, se analiza la evolución de esta aversión al riesgo en el tiempo para observar si la misma se relaciona con otras variables, tanto macroeconómicas como financieras. Las variables utilizadas a tal efecto aparecen en el siguiente cuadro, junto al signo esperado para su coeficiente, y en su mayor parte las seleccionadas por Scheicher (2003) para analizar la aversión al riesgo a partir de las opciones sobre el DAX-30 alemán.

En Scheicher (2003) las variables significativas para explicar la evolución de la aversión al riesgo alemán eran la pendiente de tipos de interés, la volatilidad del dólar y las depreciaciones de esta moneda, las tres con signo negativo.

Unas peores perspectivas económicas deberían suponer un aumento de la aversión al riesgo, ya que los inversores deberían tratar de cubrirse ante situaciones de baja riqueza. También una mayor tasa de paro o la caída en la producción industrial debe provocar una situación en la que los inversores estén interesados en cubrirse ante posibles caídas fuertes de la renta variable.

En Scheicher (2003), se esperaba que el encarecimiento del euro frente al dólar supusiera un aumento de la aversión al riesgo al repercutir negativamente sobre las

<sup>14</sup> Véase apartado 5.4 sobre la comparación con los indicadores del BIS. Esta evolución se observa en los indicadores construidos para el DAX-30 y el FTSE-100, pero no para el Standard & Poor's-500.

empresas exportadoras alemanas. Sin embargo, para el caso de las españolas este efecto no es tan claro ya que la exportación desde España se destina principalmente a la Unión Europea.

Un aumento en los rendimientos de los depósitos y de la renta fija suele suponer una expectativa de mejora económica por lo que se espera que estén relacionados negativamente con la aversión al riesgo, al igual que los índices de renta variable.

Un indicador de la aversión al riesgo no debe estar directamente influido por la volatilidad presente en los mercados de valores, ya que este indicador trata de recoger el perjuicio que al inversor representativo sea cual sea la volatilidad. Sin embargo, para los indicadores utilizados en este documento la total independencia de ambas variables es difícil de lograr ya que mayores volatilidades provocan incrementos en los extremos de la distribución de donde se está obteniendo la información para generar las medidas de aversión al riesgo. Por ello se van a incluir en la regresión variables que recojan la volatilidad de los mercados financieros para (i) comprobar la independencia estadística de los indicadores de aversión al riesgo respecto a la volatilidad y (ii) controlar el efecto de dicha volatilidad en la regresión ya que está correlacionada con otras variables utilizadas.

*Cuadro 3.*

**Variables utilizadas para explicar la aversión al riesgo**

	Fuente	Signo esperado
<b>Variables macroeconómicas</b>		
Confianza del consumidor en España	Comisión Europea	-
Confianza Industrial en España	Comisión Europea	-
Índice de producción industrial <sup>1</sup>	Ministerio de Industria	-
Tasa de paro INEM <sup>2</sup>	Ministerio de Trabajo	+
<b>Variables financieras</b>		
Tipo de cambio del euro frente al dólar	Banco Central Europeo	+/-
Euribor 1 Mes	Banco Central Europeo	-
Rentabilidad deuda española a diez años	Reuters	-
Dow Jones Industrial Average	Reuters	-
IBEX-35	Reuters	-
Price Earning Ratio IBEX-35	Morgan Stanley	-
<b>Volatilidades de variables financieras</b>		
Volatilidad GARCH <sup>3</sup> Dow Jones Ind. Av.	Elaboración propia	+
Volatilidad GARCH <sup>3</sup> IBEX-35	Elaboración propia	+
Volatilidad GARCH <sup>3</sup> Tipo de Cambio	Elaboración propia	+

1. Desestacionalizado utilizando el programa Tramo Seats.

2. Para la parte de la muestra en la que esta tasa de paro no se publicaba, se ha calculado a través del número de parados registrados y el número de activos según EPA.

3. Volatilidad estimada a través del programa Eviews 5.0

Se van a evaluar los efectos de estas variables sobre los índices de aversión al riesgo construidos anteriormente. Para ello se parte de dos modelos univariantes<sup>15</sup>, cuyas variables dependientes son los indicadores de aversión al riesgo. El modelo

<sup>15</sup> La estimación se ha llevado a cabo con el programa econométrico Eviews 5.0.

seleccionado para ambos es un IMA(1,1), ya que ambas variables presentan integración de grado uno. Tras la construcción de ese modelo se introducen las variables explicativas mencionadas en el apartado, eliminando aquellas que por estar muy correlacionadas puedan presentar problemas de multicolinealidad, como por ejemplo la rentabilidad del IBEX-35 y del Dow Jones Industrial Average.

Como se puede observar en el cuadro 4, ambos indicadores comparten las variables significativas y los signos de las mismas.

Entre los coeficientes de las variables macroeconómicas, sólo se puede rechazar que sea igual a cero el de la tasa de paro. Debido al signo de este coeficiente se puede afirmar que, como se esperaba, un incremento en el paro aumenta la aversión al riesgo.

#### **Cuadro 4.**

##### *Variables explicativas de la aversión al riesgo*

Probabilidades en porcentaje

	<b>Indicador Aversión al Riesgo Mixtura. D1</b>		<b>Indicador Aversión al Riesgo Spline. D1</b>	
	Coeficiente	Prob.	Coeficiente	Prob.
Constante	0,017	14,01	0,013	23,76
Confianza del consumidor. D1	0,001	88,5	0,002	66,68
Confianza industrial. D12	0,000	38,60	0,000	46,01
Índ. producción industrial. D1	-0,002	68,21	-0,003	62,86
Tasa de paro. D1	0,060***	0,87	0,064***	0,64
Euribor 1M. D1	-0,015	49,84	-0,009	69,22
Rentabilidad. Bono 10 Años. D1	0,016	52,95	0,012	69,11
Dow Jones Industrial Av.DLOG 12	-0,637***	0,01	-0,583***	0,01
Ratio PER IBEX-35. DLOG 1	-0,161**	2,66	-0,164**	4,35
Volatilidad tipo de cambio	0,007	92,55	0,006	93,99
Volatilidad Dow Jones Ind.Av	-0,114**	2,21	-0,090*	6,14
MA (1)	-0,974***	0,00	-0,976***	0,00
<b>R<sup>2</sup> Ajustado</b>	<b>57,22</b>		<b>58,89</b>	
<b>Normalidad de los residuos</b>	<b>15,55</b>		<b>64,11</b>	

Se ha utilizado para una regresión de mínimos cuadrados con errores estándares robustos a la heterocedastidad.

Donde

\*\*\* Significativo al 1,0%, \*\* significativo al 5,0% y \* significativo al 10,0%.

D1: Diferencia mensual

D12: Diferencia interanual

DLOG 1. Diferencia logarítmica mensual

Entre las variables financieras, las caídas en el índice bursátil Dow Jones provocan aumentos en la aversión al riesgo, al tener este índice una gran repercusión sobre la renta variable española. La ratio de precios de las acciones sobre beneficios o PER también tiene una repercusión negativa de modo que al caer dicho cociente provoca aumentos en la aversión al riesgo.

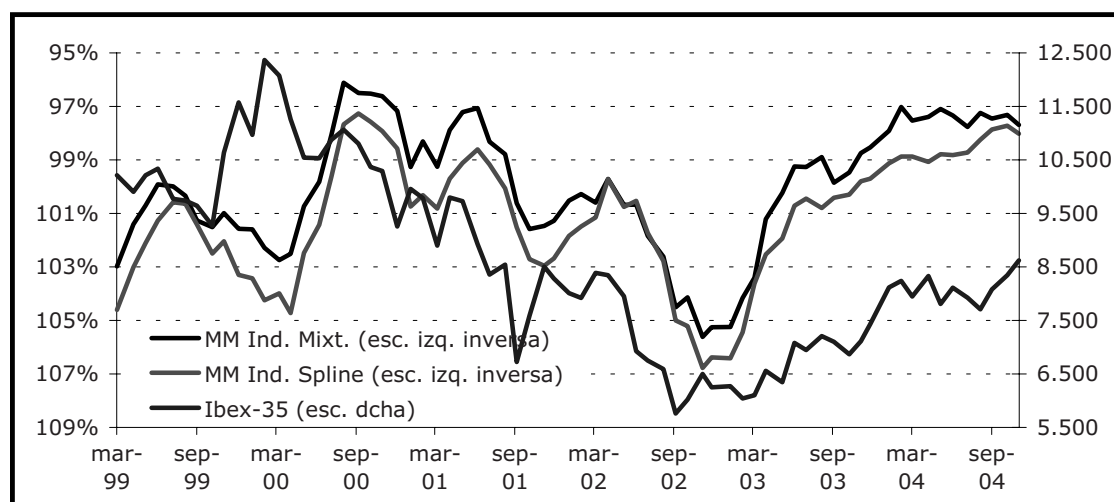
En cuanto a las volatilidades de las variables financieras, la única variable cuyo coeficiente es significativamente distinto de cero es la de la volatilidad del Dow Jones Ind. Av. Sin embargo, contrariamente a lo esperado, su incremento provoca disminuciones en la aversión al riesgo de los individuos, resultado que es idéntico si se sustituye la volatilidad del índice americano por la volatilidad del IBEX-35. Una posible ampliación de este trabajo sería la construcción de un indicador de aversión al riesgo que no fuera estadísticamente dependiente de la volatilidad contemporánea de la renta variable.

### 5.3 Capacidad predictiva de los indicadores respecto a la rentabilidad futura del IBEX-35

Los indicadores de aversión al riesgo contruidos presentan una correlación contemporánea con la evolución de los precios de la renta variable, como se ha visto en el apartado anterior<sup>16</sup>. Sin embargo, una de las motivaciones de este documento era saber si la influencia se produce también a la inversa, esto es, la aversión al riesgo afecta a la rentabilidad futura del IBEX-35. Según lo previsto por la teoría descrita anteriormente, un incremento de la aversión al riesgo el inversor representativo produce que el precio de los activos con riesgo disminuya por lo que su rentabilidad esperada para los siguientes periodos se debería incrementar. En el gráfico 4 se puede observar la evolución de dicho índice con respecto a la media móvil de los indicadores de aversión al riesgo, cuya escala se ha invertido para facilitar la comparación. El gráfico sugiere que estas series están relacionadas en su evolución, a excepción del periodo próximo a la crisis de las empresas tecnológicas.

Gráfico 4.

#### IBEX-35 e inversa de la media móvil de los indicadores de aversión al riesgo



Para comprobar si los indicadores tienen capacidad predictiva, se ha utilizado un test de causalidad de Granger. Como se puede observar en el cuadro 5, para ambos indicadores se rechaza que los indicadores contruidos contengan información

<sup>16</sup> En el cuadro 4 del apartado 5.2, se utilizaba la rentabilidad del Dow Jones Industrial Av. como representativa de la rentabilidad de toda la renta variable y para evitar problemas de multicolinealidad no se incluía al IBEX-35. Sin embargo la relación del índice de aversión al riesgo con el índice español es de similar naturaleza que con el americano.

para prever la evolución futura del índice IBEX-35. En el apartado 5.4 se va a realizar un test similar para los indicadores construidos por el BIS obteniéndose similares resultados. Una explicación al resultado negativo del test de causalidad es un problema de incompleta especificación del modelo que se utiliza para dicho contraste.

*Cuadro 5.*

**Test de causalidad de Granger**

Variable independiente	Variable dependiente	Retardos*	Estadístico F	Probabilidad de la no existencia de relación
Mixture. D1	IBEX-35.DLOG 1	3	1,763	16,42%
Spline. D1	IBEX-35.DLOG 1	1	0,783	37,95%

(\*) Se han elegido el número de retardos que minimicen la probabilidad de la no existencia de la relación.

Donde:

D1: Diferencia mensual

DLOG 1. Diferencia logarítmica mensual

## 5.4 Comparación con los indicadores de aversión al riesgo publicados por el Banco Internacional de Pagos

En la publicación trimestral del BIS se ofrece indicadores de la aversión al riesgo presente en los mercados de renta variable de EEUU, Alemania y Reino Unido. Los tres están calculados a partir de los mercados de opciones sobre los índices Standard & Poor's-500, DAX-30 y FTSE-100, utilizando la metodología de Tarashev y otros (2003), descrita anteriormente, que no es exactamente igual sino presenta algunas diferencias de matiz respecto a la utilizada en este trabajo.

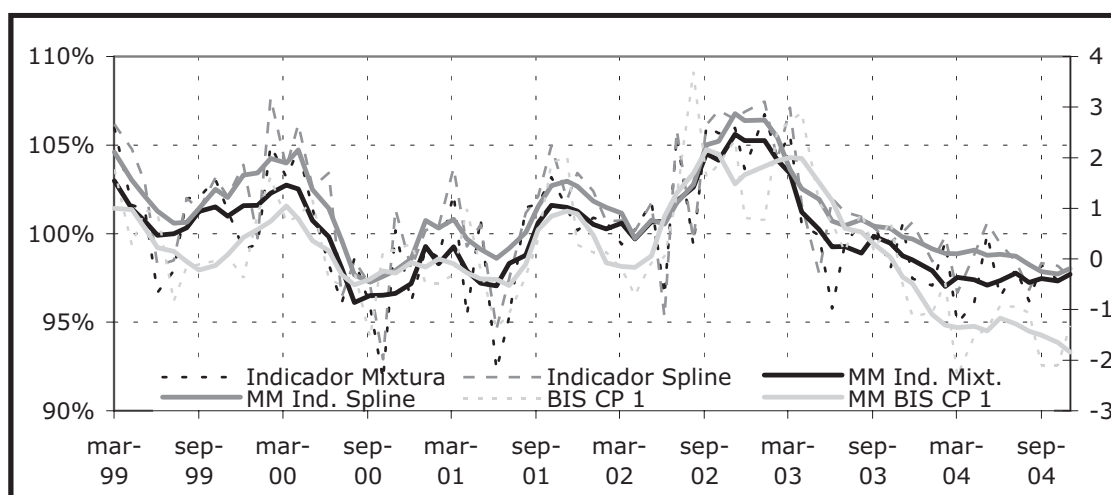
Además, el BIS construye un indicador sintético de la aversión al riesgo de los anteriores indicadores usando la metodología de componentes principales y tomando el primero de ellos<sup>17</sup> (CP 1). En el gráfico 5 se comparan los indicadores de aversión al riesgo construidos en este trabajo para el IBEX-35 con dicho componente principal.

Como se observa, en el gráfico, a pesar de que los indicadores de aversión al riesgo presentan cierta asincronía en determinados meses, su evolución temporal mantiene las mismas tendencias. La mencionada asincronía se debe a que el cálculo de los indicadores se hace en diferentes días del mes, por lo que las condiciones del mercado pueden haber cambiado drásticamente entre un día y otro. El indicador sintético del BIS presenta el mismo problema que los construidos para el IBEX-35 en el periodo inmediatamente anterior y posterior al desplome bursátil por el pinchazo de las empresas tecnológicas.

<sup>17</sup> El componente principal permite resumir la máxima información contenida en los tres indicadores de aversión al riesgo en una sola variable.

Gráfico 5

**Comparación entre indicadores de aversión al riesgo**



Fuente: BIS y elaboración propia

En el cuadro 6 se ofrece la matriz de coeficientes de correlación de los indicadores de aversión al riesgo para el periodo de análisis de este trabajo. Como se observa, la correlación de los indicadores construidos para el IBEX-35 con los construidos por el BIS, es siempre inferior a la correlación entre los indicadores construidos por el BIS. Sin embargo, supera en todos los casos el 40%, y alcanza el 59,6% y el 57,8% para la correlación del CP 1 con los indicadores del IBEX-35 construidos con una mixtura y con un *spline*, respectivamente. Así pues y, considerando que (i) los mercados analizados son distintos, (ii) la construcción de los indicadores se realiza de forma diferente y (iii) las fechas de análisis son distintas, el ajuste de unos indicadores con otros es relativamente bueno.

Cuadro 6.

**Matriz de coeficientes de correlación de indicadores de aversión al riesgo**

En porcentaje

	I S&P 500	I DAX 30	I FTSE 100	IBEX 35 Mixture	IBEX 35 Spline
I S&P 500	100,0	58,0	63,2	46,8	40,9
I DAX 30		100,0	68,3	50,5	49,3
I FTSE 100			100,0	57,9	60,3
CP 1				100,0	59,6
IBEX-35 Mixture					100,0
IBEX-35 Spline					

Donde, I S&P 500 es el indicador de aversión al riesgo calculado por el BIS para el Standard & Poor's-500, I DAX 30 para el DAX-30 alemán e I FTSE 100 para el FTSE-100 británico. CP 1 es el primer componente principal de los anteriores tres indicadores calculado por dicho organismo.

Fuente: BIS y elaboración propia

La evolución de la aversión al riesgo en diversos mercados internacionales de renta variable es muy parecida a la evolución en el mercado español. Esta similitud es razonable, debido a que en todos ellos operan grandes inversores internacionales, cuya actividad tiende a igualar las características de estos mercados, entre ellas la aversión al riesgo. Tanto los indicadores para el IBEX-35 como el indicador construido por el BIS, muestran la reducción en la aversión al riesgo que se viene produciendo desde marzo de 2003. En el caso del indicador CP1, esta prolongada ba-



jada provoca el mínimo del periodo analizado, a diferencia del mercado español, en que éste se produjo a finales de 2000.

La capacidad predictiva de estos indicadores respecto a la rentabilidad futura de los índices de renta variable sobre los que están contruidos, se analiza también mediante el test de causalidad de Granger. En el cuadro 7 se ofrecen los resultados de este test, que como en el caso anterior rechazan la existencia de causalidad estadística.

*Cuadro 7.*

**Test de causalidad de Granger para indicadores calculados por el BIS**

Variable independiente	Variable dependiente	Retardos*	Estadístico F	Probabilidad de la no existencia de relación
I S&P 500. D1	S&P-500.DLOG 1	5	1,796	12,80%
I DAX 30. D1	DAX-30.DLOG 1	1	1,126	29,24%
I FTSE 100. D1	FTSE-100.DLOG 1	1	1,941	16,82%

(\*)Se han elegido el número de retardos que minimicen la probabilidad de la no existencia de la relación.

Donde:

D1: Diferencia mensual

DLOG 1. Diferencia logarítmica mensual

Fuente: BIS y elaboración propia

## 6. Conclusiones

En este documento se han construido dos indicadores de la aversión al riesgo de los inversores en el mercado de renta variable español para el periodo 1999-2004. Los indicadores construidos capturan la evolución esperada de la aversión al riesgo en determinados momentos del periodo muestral: el periodo posterior a los ataques a las Torres Gemelas de Nueva York en septiembre de 2001 y el periodo previo a la invasión de Iraq a finales de 2002 y principios de 2003. Sin embargo estos indicadores no tienen el comportamiento esperado para los periodos anterior y posterior al pinchazo bursátil de las empresas tecnológicas, ni recogen el efecto de los atentados terroristas ocurridos en marzo de 2004 en Madrid. Es destacable que los indicadores construidos muestran una reducción continua de la aversión al riesgo desde el segundo trimestre de 2003, por lo que se sitúan en niveles mínimos al cierre de 2004.

Una vez construidos los indicadores de aversión al riesgo, son analizados desde tres puntos de vista. Primero, se confrontan los cambios en la aversión al riesgo con los cambios en variables económicas y financieras, obteniéndose que existen, entre otras, una relación positiva con la tasa de paro y una negativa con la rentabilidad pasada de la renta variable. Segundo, se analiza la capacidad predictiva de los indicadores de aversión al riesgo sobre la rentabilidad futura del índice bursátil, cuya existencia se rechaza estadísticamente a pesar de que la teoría económica predice que a mayor aversión al riesgo debería corresponder una mayor rentabilidad esperada. Y tercero, se comparan los indicadores relativos al IBEX-35 con los construidos por el BIS para EEUU, Alemania y Reino Unido. Como era de esperar por la integración internacional de los mercados financieros, los indicadores españoles tienen una evolución temporal similar a la de los indicadores mencionados, especialmente en comparación con los europeos.

Posibles extensiones de este estudio serían las siguientes: modificar estos indicadores de aversión al riesgo para que no se vieran afectados por la volatilidad contemporánea de los índices bursátiles, homogeneizar su cálculo con el de los indicadores construidos por el BIS para que puedan ser directamente comparables y analizar los motivos por los que estos indicadores no contienen información relevante para la predicción de la rentabilidad futura de la renta variable.



## Referencias bibliográficas

AÏT-SAHALIA, Yacine y LO, Andrew W.. 2000. "Nonparametric risk management and implied risk aversion". *Journal of Econometrics*, 94(1-2), de la página 9 a la 51.

ARROW, Kenneth J.. 1964. "The role of securities in the optimal allocation of risk-bearing". *Review of Economic Studies*, 31, número 2 (abril), de la página 91 a la 96.

ARROW, Kenneth J.. 1971. "Essays in the Theory of Risk Bearing". *North Holland, Amsterdam*.

BLACK, Fischer. 1976. "Studies of Stock Market Volatility Changes". *Proceeding of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section*, de la página 177 a la 181.

BLISS, Robert y PANIGIRTZOGLU, Nikolaos. 2002. "Testing the Stability of Implied Probability Density Functions". *Journal of Banking & Finance*, 26, de la página 381 a la 422.

BLISS, Robert y PANIGIRTZOGLU, Nikolaos. 2003. "Option-Implied Risk Aversion Estimates". *Journal of Finance*, 59, nº1, de la página 407-446.

BREEDEN, Douglas T. y LITZENBERGER, Robert H.. 1978. "Prices of State-contingent Claims Implicit in Options Prices". *Journal of Business*, Volumen 51, número 4, de la página 621 a la 650.

COCHRANE, John H. y HANSEN, Lars P.. 1992. "Asset pricing explorations for macroeconomics". *NBER Macroeconomics Annual 1992*.

DEBREU, Gerard. 1959. "Theory of Value". *New York. Wiley*.

EPSTEIN, Larry G. y ZIN, Stanley. 1991. "Substitution, risk aversion and the temporal behaviour of consumption and asset returns: An empirical analysis". *Journal of Political Economy*, 99, de la página 263 a la 268.

FAMA, Eugene F.. 1965. "The Behaviour of Stock Market Prices". *Journal of Business*, 38, de la página 34 a la 105.

FERSON, Wayne E. y CONSTANTINIDES, George M.. 1991. "Habitat persistence and durability in aggregate consumption: Empirical tests". *Journal of Financial Econometrics*, 29, de la página 199 a la 240.

FRIEND, Marshall E. y BLUME, Irwin. 1975. "The demand for risky assets". *American Economic Review*, 65, de la página 900 a la 922.

GLATZER, Ernst y SCHEICHER, Martin. 2003. "Modelling the implied probability of stock market movements". *European Central Bank, working paper series*, Número 212.

HANSEN, Lars P. y SINGLETON, Kenneth J.. 1982. "Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models". *Econometrica*, 50, de la página 1269 a la 1286.

HANSEN, Lars P. y SINGLETON, Kenneth J.. 1984. "Errata: Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models". *Econometrica*, 52, de la página 267 a la 268.

JACKWERTH, Jens y RUBINSTEIN, Mark. 1996. "Recovering probabilities and risk aversion from options prices ". *Journal of Finance*, 51, de la página 1611 a la 1631.

JORION, Phillippe y GIOVANNINI, Alberto. 1993. "Time series test of a non-expected utility model of asset pricing". *European Economic Review*, 37, de la página 1083 a la 1100.

MALZ, Allan M.. 1996. "Using Option Prices to Estimate Realignment Probabilities in the European Monetary System: The Case of Sterling-Mark". *Journal of International Money and Finance*, 15, de la página 717 a la 748.

MANDELBROT, Benoit. 1963. "The Variation of Certain Speculative Prices". *Journal of Business*, 36, de la página 394 a la 419.

MAS-COLELL, Andreu, Whinston, Michael D. y GREEN, Jerry R.. 1995. "Microeconomic Theory". *Oxford University Press*.

MEHRA, Rajnish y PRESCOTT, Edward S.. 1985. "The equity premium: A puzzle". *Journal of Monetary Economics*, 15, de la página 145 a la 161.

MELICK, William R. y THOMAS, Charles P.. 1997. "Recovering an Asset's Implied PDF from Option Prices: An Application to Crude Oil During the Gulf Crisis". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, March 1997, de la página 91 a la 115.

MERTON, Robert. 1974. "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates". *The Journal of Finance*, 29 (mayo 1974), de la página 449 a la 470.

NORMANDIN, Michel y ST-AMOUR, Pascal. 1996. "Substitution, risk aversion taste shocks and equity premia". *Universite Laval Cite Universitaire*, Canada, Working Paper.

SCHEICHER, Martin. 2003. "What drives investor risk aversion? Daily evidence from the German equity market". *BIS Quarterly Review*, June 2003, de la página 67 a la 74.

SHIMKO, David. 1993. "Bounds of probability". *Risk*, vol 6, de la página 33 a la 37.

TARASHEV, Nikola, TSATSARONIS, Kostas y KARAMPATOS, Dimitrios. 2003. "Investor's attitude towards risk: what can we learn from options?". *BIS Quarterly Review*, June 2003, de la página 57 a la 66.

## Anexos

### Anexo A. Breeden y Litzenberger (1978)

En su artículo de 1978, Breeden y Litzenberger muestran como se pueden calcular los precios de los *activos elementales* a partir de opciones sobre los bienes disponibles para el consumo en un periodo futuro, como se explicó en el apartado 2.2 de este trabajo.

Utilizando el mencionado activo, como subyacente, se puede construir M opciones de compra europeas  $Call(K, T)$  con vencimiento en T, y precio de ejercicio (K) donde  $K = \{0 \ 1 \ \dots \ M - 1\}$ . Los pagos de dichas opciones en los distintos M estados de la naturaleza aparecen en el cuadro A.1:

Cuadro A.1

#### Pagos de las opciones de compra

m	$Call(0, T)$	$Call(1, T)$	$Call(2, T)$	...	$Call(M-1, T)$
1	1	0	0	...	0
2	2	1	0	...	0
3	3	2	1	...	0
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	...	.
.	.	.	.	.	.
M	M	M-1	M-2	...	1

A partir de estas opciones se pueden construir diversas carteras. Una posible cartera sería la que aparece en el cuadro A.2, cuyos pagos sean de una unidad de cuenta a en los estados de la naturaleza superiores a  $K^*$ , que se obtendría a partir de la compra de una opción  $Call(K^*, T)$  y la venta en descubierto de una opción  $Call(K^*+1, T)$ . Se podría construir una nueva cartera, similar a la anterior pero con pagos iguales a la unidad a partir del estado de la naturaleza  $K^*+1$ , compuesto a su vez por la compra y la venta de las opciones  $Call(K^*+1, T)$  y  $Call(K^*+2, T)$  respectivamente. Si se construye una tercera cartera compuesta por una posición larga en la primera y una posición corta en la segunda con pagos igual a la unidad en el estado  $K^*$  como se observa en el cuadro A.3.

Cuadro A.2

**Pagos de la cartera Call(K\*,T)-Call(K\*+1,T)**

M	Call(K*,T)	Call(K*+1,T)	Call(K*,T)-Call(K*+1,T)
1	0	0	0
2	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮
K*	1	0	1
K*+1	2	1	1
⋮	⋮	⋮	⋮
M	M-K*	M-K*-1	1

Cuadro A.3

**Pagos de la cartera [Call(K\*,T)-Call(K\*+1,T)]- [Call(K\*+1,T)-Call(K\*+2,T)]**

m	Call(K*,T)- Call(K*+1,T)	Call(K*+1,T)- Call(K*+2,T)	[Call(K*,T)-Call(K*+1,T)]- [Call(K*+1,T)-Call(K*+2,T)]
1	0	0	0
2	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮
K*	1	0	1
K*+1	1	1	0
⋮	⋮	⋮	⋮
M	1	1	0

Esta cartera de opciones de compra<sup>18</sup> produce el pago de una unidad de cuenta si y sólo si  $m=K^*$ , o dicho de otro modo, si el estado de la naturaleza es  $K^*$ , por lo que es equivalente a un activo elemental de Arrow para ese estado. Si el precio de las opciones utilizadas es conocido y es  $C(K,T)$ , el precio del activo elemental de Arrow para el estado  $K^*$  será:

$$q_{TK^*} = q(T, K^*) = \frac{[C(K^*, T) - C(K^* + 1, T)] - [C(K^* + 1, T) - C(K^* + 2, T)]}{\Delta M}$$

donde  $\Delta M$  es la variación entre precios de ejercicio de la opción, que el caso anterior es igual a uno.

<sup>18</sup> Esta estrategia de compra y venta de opciones se conoce como estructura Butterfly en los mercados de derivados.

## Anexo B. GARCH Asimétrico

Para analizar las series financieras se utilizan habitualmente los procesos ARCH y GARCH que son sensibles a las alteraciones temporales de la varianza, ya que no imponen que ésta sea constante a lo largo de la muestra. Utilizando estos modelos, es posible recoger las dos primeras características empíricas de la muestra descritas en el apartado 3. Sin embargo, el efecto apalancamiento no es recogido por estos modelos, ya que la distribución resultante es simétrica, por lo que trata igual a las variaciones positivas que a las negativas. Para solucionar estos problemas se han ideado una serie de variaciones no lineales del modelo GARCH, Peters (2001) destaca entre ellas el modelo GARCH exponencial, también conocido como EGARCH, de Nelson (1991), el modelo GJR de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993), y el ARCH potencial asimétrico (APARCH) de Ding, Granger y Engle (1993).

En la modelización de la probabilidad estadística de la rentabilidad del IBEX-35, se ha elegido el APARCH. La volatilidad de la serie seguiría la siguiente función para un

APARCH (p,q):  $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i}) \delta + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^\delta$ , donde  $\alpha_0 > 0$ ,  $\delta \geq 0$ ,

$\beta_j \geq 0$  para  $j = 1, \dots, p$ ,  $\alpha_i \geq 0$  para  $i = 1, \dots, q$ , y  $-1 < \gamma_i < 1$  para  $i = 1, \dots, q$ . La elección de este modelo está motivada porque en él se anidan gran parte de los modelos mencionados anteriormente<sup>19</sup>.

En este modelo, se incluyó como variable independiente una variable ficticia que recogía la existencia de un día festivo en el mercado español. En el análisis estadístico se observó que el primer retardo de dicha variable afecta a la varianza del índice IBEX-35.

**Cuadro B.1**  
**Estimación con GARCH Asimétrico**

	Coefficiente	Estadístico z
Ecuación de la media		
Constante	0,0005	2,4319***
AR(1)	0,0689	3,6049***
Ecuación de la varianza		
Constante	0,0000	6,4728***
(Error <sub>t-1</sub> ) <sup>2</sup>	0,0346	4,1074***
(Error <sub>t-1</sub> ) <sup>2</sup> · Si (Error <sub>t-1</sub> < 0)	0,0796	7,0051***
GARCH <sub>t-1</sub>	0,9047	94,6358***
Festivo <sub>t-1</sub>	0,0000	3,6123***

\*\*\* Significativamente distinto de cero al 1,0%

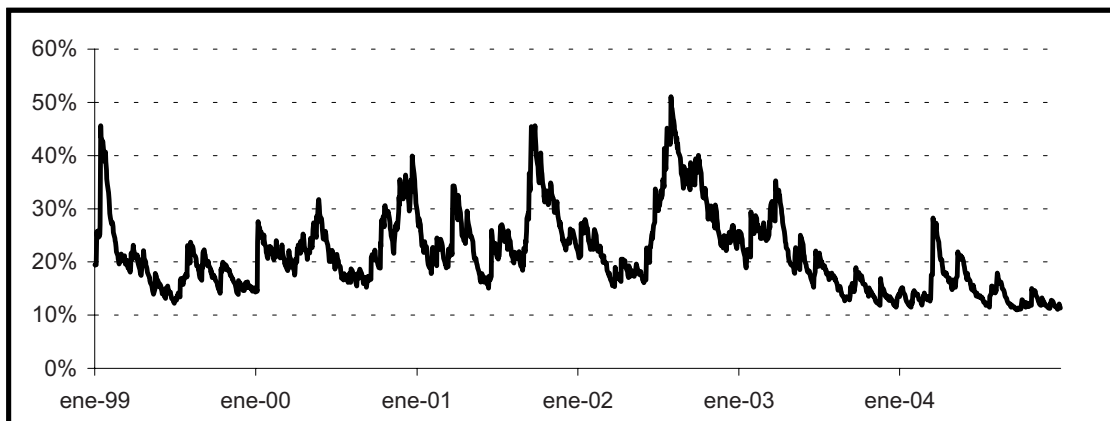
<sup>19</sup> Una mayor descripción sobre los modelos ARCH anidados dentro del APARCH se encuentra en Peters (2001). Un ejemplo de los mismos podría ser el modelo GARCH, el cual sería un modelo APARCH donde se restringirían los siguientes parámetros a una serie de valores:  $\delta = 2$  y  $\beta_j = 0$  para  $j = 1, \dots, p$ .



En el cuadro B.1 se pueden observar los coeficientes del modelo de la media y de la varianza de la rentabilidad diaria del IBEX-35, para toda la historia de dicho índice. En el gráfico B.1 se puede observar la volatilidad estimada a través de este modelo.

Gráfico B.1

**Volatilidad estimada de la rentabilidad del IBEX-35**



El contraste de Jarque Bera para los residuos estandarizados de la anterior estimación rechaza que estos sigan una distribución normal. Por ello, la estimación de las probabilidades de determinados movimientos en el IBEX-35 se realiza mediante simulación. En ella se utilizan los residuos estandarizados de la estimación, la volatilidad estimada y los parámetros del modelo GARCH Asimétrico. En total se realizaron 2.000 simulaciones para cada fecha de análisis.

## Anexo C.      **Mixtura de distribuciones log normales**

Con este método la evolución del subyacente se analiza como si estuviera regida por un proceso estocástico que es la mezcla de dos procesos log normales. Así, si  $S$  es dicho subyacente su evolución se regirá por una combinación de dos posibles procesos log normales,  $I$  e  $\bar{I}$ , con características distintas:

$$f(S) = \begin{cases} \log N(\mu_1, \sigma_1, S) & p(I) = \theta \\ \log N(\mu_2, \sigma_2, S) & p(\bar{I}) = 1 - \theta \end{cases} \quad \text{donde } \theta \in [0, 1]$$

Por lo que la función de densidad será:

$$f(S) = \theta \cdot \log N(\mu_1, \sigma_1, S) + (1 - \theta) \cdot \log N(\mu_2, \sigma_2, S)$$

donde  $\theta$  es la probabilidad de que  $S$  se rija por el proceso estocástico  $I$  con media  $\mu_1$  y varianza  $\sigma_1$ , y  $1 - \theta$  por el proceso  $\bar{I}$  con media  $\mu_2$  y varianza  $\sigma_2$ .

Esta distribución mixta, es más flexible que la distribución log normal utilizada comúnmente en el modelo de valoración de opciones de Black y Scholes, ya que esta distribución va a permitir la existencia de asimetría y heterocedasticidad.

*Cuadro C.1.*

### **Simulaciones de la rentabilidad diaria del IBEX-35 con modelo normal y con mixtura**

	Datos	Simulaciones	
	Rentabilidad diaria del IBEX-35 <sup>(4)</sup>	Normal	Mixtura de normales
Parámetros de la simulación			
$\theta$	--	100,00%	80,41%
$\mu_1^{(1)}$	--	7,66%	14,41%
$\sigma_1^{(1)}$	--	21,06%	14,40%
$\mu_2^{(1)}$	--	--	-20,03%
$\sigma_2^{(1)}$	--	--	35,71%

## Estadísticos descriptivos de las series

Media <sup>(1) (2)</sup>	7,66%	7,42%	6,75%
Desviación Est. <sup>(1) (2)</sup>	21,06%	21,08%	20,47%
Coef. asimetría <sup>(2)</sup>	-0,1459	-0,0239	-0,1425
Coef. curtosis <sup>(2)</sup>	3,1667	0,2582	3,1675
Máximo <sup>(3)</sup>	7,08%	4,82%	6,95%
Mínimo <sup>(3)</sup>	-8,49%	-4,73%	-7,16%
Núm. Observaciones	3.651	3.621	3.651
Núm. Simulaciones	--	200	200

Anualizado utilizando como días hábiles de mercado 252.

En las simulaciones se expone la media de dicho estadístico en el total de simulaciones.

En las simulaciones, se expone la mediana de dicho estadístico en el total de simulaciones.

Los datos utilizados son las rentabilidades diarias del índice IBEX-35 desde 2/1/1990 a 30/12/2004.

Un ejemplo de lo anterior puede observarse en el cuadro C.1. En ella se analizan varios estadísticos de la rentabilidad diaria del IBEX-35 desde 1990 hasta mayo de 2004. Además se muestran los resultados de dos simulaciones. En ambas simulaciones se ha utilizado la misma serie de número aleatorios generada por un proceso de Monte Carlo que sigue una distribución normal con esperanza nula y varianza igual a uno. En la simulación log normal, se utilizan los estadísticos media y varianza del IBEX-35 para adaptar la simulación. En la simulación de mixtura de log normales, se utiliza una simulación de una variable binomial para decidir cual de las dos distribuciones log normales va a seguir cada observación, y posteriormente se utiliza la anterior serie de números aleatorios que siguen una normal.

Como se puede observar por los resultados, la simulación que utiliza la mixtura de normales permite un mayor ajuste a los cuatro primeros momentos de la distribución. Así, mientras que en el caso de una simulación log normal, la asimetría y la curtosis mantiene las características propias de esta distribución, en el caso de una mixtura de log normales y variando los parámetros introducidos en la misma se pueden lograr mayores ajustes en ambos momentos muestrales a la vez que se mantienen valores de media y varianza próximos a la serie a replicar.

Esta función de densidad se puede aplicar a la valoración de opciones de manera similar a la valoración a través del modelo de Black y Scholes. Así el precio de una opción estaría determinado por:

$$C(S, K, T - t, r, q) = e^{-rt} \cdot \int_k^{\infty} (S - K) \cdot f(S) dS \text{ donde } f(S) \text{ es la función de densidad generada por la mixtura de normales.}$$

En este trabajo se supone que la distribución que seguirá el IBEX-35,  $I$  o  $\bar{I}$ , se determina en el momento inmediatamente anterior al primer suceso aleatorio,  $t+1$ , y que seguirá la distribución consiguiente hasta el vencimiento. Este supuesto aunque irreal permite dar la flexibilidad necesaria a la función de densidad, en términos de asimetría y heterocedasticidad, para este análisis, por lo que no es necesario ela-

borar supuestos más complejos que permitan una modelización más realista del comportamiento del subyacente<sup>20</sup>.

Utilizando la función de valoración de opciones y la información disponible sobre los precios de las opciones para cada precio de ejercicio se puede determinar mediante un minimización de los errores cuadráticos los parámetros del modelo:  $\theta, \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$ .

Si se supone ausencia de posibilidades de arbitraje, se puede determinar uno de los anteriores parámetros a partir de los otros cuatro, reduciendo por ello un grado de libertad en la estimación:  $e^{rT} = \theta \cdot e^{\mu_1 T + 0,5\sigma_1^2 T} + (1 - \theta)e^{\mu_2 T + 0,5\sigma_2^2 T}$ . En este estudio, se va a considerar  $\sigma_2$  como función del resto de parámetros.

---

<sup>20</sup> En los mercados financieros, como se comentó en el apartado sobre la estimación de la distribución estadística, se observa la existencia de persistencia temporal en la volatilidad. Así, periodos de fuerte volatilidad tienen a persistir en el tiempo. Para captar a través del modelo de mixtura este efecto deberíamos elaborar un proceso markoviano en que la distribución a seguir en  $t+1$  no fuera estadísticamente independiente de la distribución seguida en  $t$ .



## Anexo D. Interpolación por alisamiento de la *smile* de volatilidad de las opciones

En los mercados la volatilidad implícita de las opciones varía con el precio de ejercicio de las mismas, *ceteribus paribus*. Esta relación no es la prevista por el modelo de Black y Scholes (1973) ya que al suponer una variación del subyacente log normal, la volatilidad implícita debería ser igual para cualquier precio de ejercicio. Sin embargo, desde la crisis financiera de finales de los ochenta se ha observado tal variación, cuya representación gráfica más común tiene forma de sonrisa por lo que en los mercados financieros se la denomina *smile* de volatilidad.

Para tomar en consideración lo anterior, se debe utilizar un modelo que permita a la volatilidad implícita variar con el precio de ejercicio. Siguiendo la metodología de Shimko (1993), se procederá a estimar una función continua y dos veces diferenciable de la volatilidad implícita respecto al precio de ejercicio de la opción. Una vez estimada la misma, es posible diferenciar numéricamente y obtener con ello las derivadas del precio de la opción respecto al precio de ejercicio.

En el trabajo de Shimko se utilizaba un polinomio cuadrático para obtener la función de la volatilidad implícita. Posteriores trabajo introdujeron el uso de funciones *spline* cúbicas para la misma función, permitiendo mayor flexibilidad al modelo. En este estudio se usa el mismo método que Glatzer y Scheicher (2003), los cuales usan un *spline* cúbico alisado. En los siguientes puntos se explican las etapas de este análisis.

A partir del precio de las  $N$  opciones negociadas en el mercado se calculará la volatilidad implícita ( $\sigma_i$ ) para cada una de ellas a partir del modelo de Black y Scholes (1973), su sensibilidad a variaciones en el precio del activo subyacente<sup>21</sup> ( $\Delta_i$ ) y su sensibilidad a variaciones en la volatilidad del activo subyacente<sup>22</sup> ( $\nu_i$ ). Por ello se tendrán  $N$  combinaciones en el espacio precio de la opción – precio de ejercicio – volatilidad implícita ( $C_i, K_i, \sigma_i$ ).

Antes de generar la *smile* de volatilidad alisada, se pasan los anteriores datos del espacio volatilidad – precio de ejercicio ( $\sigma, K$ ) al espacio volatilidad - delta ( $\sigma, \Delta$ ). Se realiza este cambio, porque en el espacio ( $\sigma, \Delta$ ) se sobreponderan las opciones "at the money" que son las más negociadas, de modo que las más líquidas tendrán más importancia a la hora de determinar la forma de la *smile* de volatilidad.

En el espacio ( $\sigma, \Delta$ ) se procede a realizar la extrapolación y la interpolación mediante el cálculo de un *spline* cúbico alisado. Para ello se va a realizar un ajuste con dos objetivos contrapuestos:

---

<sup>21</sup> En el mercado, esta magnitud es conocida como Delta,  $\Delta = \frac{\partial C}{\partial S}$ , y esta acotada entre cero y uno.

<sup>22</sup> En el mercado, esta magnitud es conocida como Vega,  $\nu = \frac{\partial C}{\partial \sigma}$ , siempre positiva.

- a. Lograr que el *spline* cúbico proporcione volatilidades implícitas que minimicen el error del precio estimado de la opción.
- b. Lograr una forma funcional del *spline* cúbico alisada, de modo que la distribución de probabilidad ponderada por preferencias obtenida a partir de él tenga unas propiedades estadísticas adecuadas, especialmente la no negatividad.

El cálculo del *spline* cúbico se realizará mediante la minimización de la siguiente función objetivo<sup>23</sup>:

$$L(\Theta) = \sum_{i=1}^N v_i (\sigma_i - \sigma_{cs}(\Delta_i, \Theta))^2 + \lambda \int_{-\infty}^{+\infty} (\sigma_{cs}''(x, \Theta))^2 dx$$

donde:  $\Theta$  son los parámetros del *spline* cúbico  
 $\sigma_{cs}(\Delta_i, \Theta)$  es la volatilidad estimada a partir del *spline* cúbico,  
 $\lambda$  es el parámetro de alisamiento y  
 $\sigma_{cs}''(\Delta_i, \Theta)$  es la segunda derivada del *spline* cúbico respecto a delta.

Esta función objetivo tiene dos componentes que reflejan los objetivos mencionados anteriormente.

- a. El primero de ellos penaliza el alejamiento del *spline* cúbico de los datos que existen en el mercado. La penalización es cuadrática y además está ponderada por la vega de la opción ( $v_i$ ). El uso de ( $v_i$ ) como ponderación es debido a las propiedades de la misma, que toma sus valores máximos para los precios de ejercicio cercanos al precio del subyacente, como se puede observar en el gráfico 2, por los mismos motivos que se decidió hacer el análisis en el espacio  $(\sigma, \Delta)$ .
- b. El segundo de los componentes penaliza el no alisamiento del *spline* cúbico. Esto se logra mediante la integración de la segunda derivada en todo el espacio del *spline*<sup>24</sup>. La segunda derivada de una función recoge su concavidad o convexidad, y por lo tanto permite conocer su alisamiento<sup>25</sup>.

El parámetro  $\lambda$  fija la importancia de cada uno de los anteriores ajustes. Así, para mayores valores de  $\lambda$ , mayor importancia se le dará al alisamiento del *spline* cúbico, para valores de  $\lambda$  que tiendan a cero, el ajuste del *spline* a los datos del mercado tenderá a ser perfecto, pero no tendrá las características de alisamiento deseadas. Para el análisis en este trabajo se ha fijado  $\lambda = 0,001$ , tras varias pruebas.

Tras el cálculo del *spline* cúbico se genera M combinaciones  $(\sigma_j, \Delta_j)$ , para  $j = 1, 2, \dots, M$  que luego se pasarán al espacio  $(\sigma_j, K_j)$  tras lo cual y utilizando de

<sup>23</sup> Una mayor descripción de las funciones *spline* cúbicas y de sus propiedades se puede leer en el anexo E.

<sup>24</sup> El espacio de interés para este análisis será el de  $\Delta \in [0, 1]$ , que son los valores que  $\Delta = \frac{\partial C}{\partial S}$  puede tomar.

<sup>25</sup> Por ejemplo, de la función de una línea recta, cuyo alisamiento es absoluto, la segunda derivada sería cero, y por lo tanto la penalización sería nula.

nuevo el modelo de Black y Scholes se llegará a tener  $M$  combinaciones en el espacio precio de la opción – precio de ejercicio  $(C_j, K_j)$ .  $M$  debe ser suficientemente grande como para calcular de manera numérica las derivadas del precio de la opción respecto al precio de ejercicio para el espacio de interés.





## Anexo E. Función *spline* cúbico

Las funciones *spline* es un procedimiento habitual para obtener valores entre una serie de puntos. Así, en algunos casos como en los mercados de depósitos bancarios se conocen sólo los tipos de interés para unos plazos determinados y se puede usar una función de este tipo para dar valores a los puntos intermedios.

La función *spline* cúbico, que se utiliza en el presente trabajo, estima los valores intermedios entre los puntos conocidos a través de múltiples polinomios cúbicos, cada uno de los cuales va uniendo pares de puntos. Así por ejemplo si se tuvieran  $N$  puntos  $(y_i, x_i)$  la función *spline*  $S(x)$  estaría compuesta por  $N - 1$  polinomios:

$$S(x) = \begin{cases} s_1(x) = a_1(x - x_1)^3 + b_1(x - x_1)^2 + c_1(x - x_1) + d_1 & , \forall x \in [x_1, x_2) \\ s_2(x) = a_2(x - x_2)^3 + b_2(x - x_2)^2 + c_2(x - x_2) + d_2 & , \forall x \in [x_2, x_3) \\ \dots \\ s_{n-1}(x) = a_{n-1}(x - x_{n-1})^3 + b_{n-1}(x - x_{n-1})^2 + c_{n-1}(x - x_{n-1}) + d_{n-1} & , \forall x \in [x_{n-1}, x_n] \end{cases}$$

Por lo que el *spline* cúbico tiene  $(N - 1) \cdot 4$  parámetros a estimar. Sin embargo se imponen unas características a dicha función para que su comportamiento sea adecuado, como la continuidad y la doble diferenciabilidad que permiten reducir su número de parámetros. Las condiciones son las siguientes:

- La función *spline* pasa por todos los puntos. Esta condición implica que para el valor  $x_i$ , el resultado de la función deba ser  $y_i$ . Por ello para  $i = 1, 2, \dots, n - 1$   $d_i = y_i$ . En este trabajo se ha prescindido de esta restricción y se han usado las diferencias entre  $d_i$  y  $y_i$  como medida del error de estimación.
- La función es continua, por lo que se debe cumplir que para el cambio de uso de un polinomio al siguiente el valor sea igual. Por ello  $s_j(x_{j+1}) = s_{j+1}(x_{j+1})$  para todos los  $x_j$  de la muestra, lo que restringe los posibles valores de los parámetros  $d_i$ .
- La primera derivada de la función es continua. Por ello, se debe cumplir  $s'_j(x_{j+1}) = s'_{j+1}(x_{j+1})$  para todos los  $x_j$  de la muestra, lo que restringe los posibles valores de los parámetros  $c_i$ .
- La segunda derivada de la función es continua. Por ello, se debe cumplir  $s''_j(x_{j+1}) = s''_{j+1}(x_{j+1})$  para todos los  $x_j$  de la muestra, lo que restringe los posibles valores de los parámetros  $b_i$ .
- Por último y dado que es necesario extrapolar la función fuera de los puntos  $(y_i, x_i)$  conocidos es necesario hacer supuestos sobre como evolucionará la misma. En este trabajo se utiliza una extrapolación de la misma cúbica, que im-

pone dos condiciones a la segunda derivada de la función para el valor inicial y el valor final:

$$s_1''(x_1) = 2 \cdot s_2''(x_2) - s_3''(x_3)$$

$$s_N''(x_N) = 2 \cdot s_{N-1}''(x_{N-1}) - s_{N-2}''(x_{N-2})$$

## Anexo F. Indicadores de aversión al riesgo construidos por el Banco Internacional de Pagos

El Banco Internacional de Pagos (BIS) construye unos indicadores de aversión al riesgo que publica en su Informe Trimestral, disponibles desde diciembre de 2005. Estos indicadores se basan en la metodología de Tarashev y otros (2003) publicada en el mencionado informe en junio de 2003.

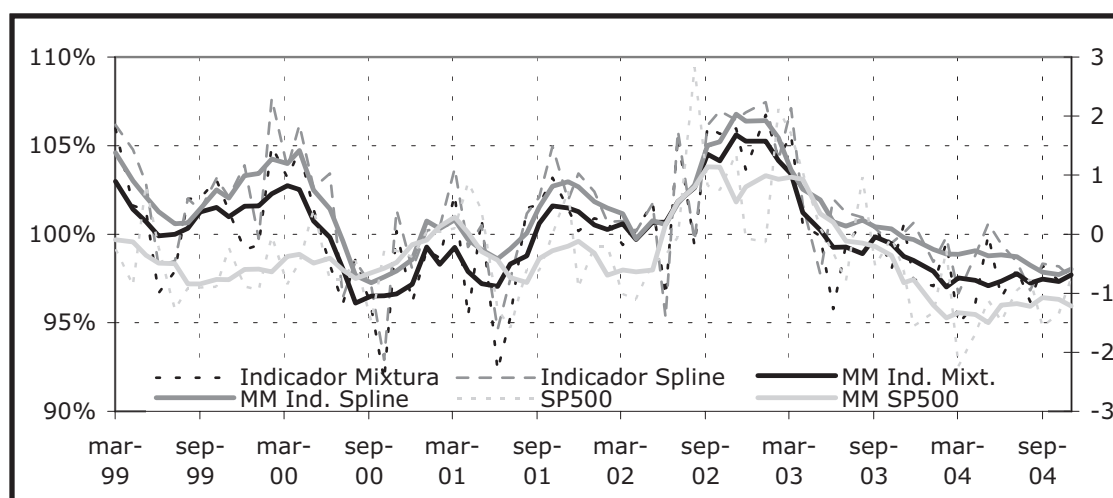
Estos indicadores contienen información sobre tres mercados de renta variable basados en las opciones sobre tres índices bursátiles, el Standard & Poor's-500 para EEUU, el DAX-30 para Alemania y el FTSE-100 para el Reino Unido. Además, publican un indicador sintético de los mismos que es su primer componente principal.

Estos indicadores se comparan con los construidos para el IBEX-35 en este documento para analizar, si como se espera dada la internacionalización de todos los mercados financieros, presentan una evolución similar. Como se ha expuesto en el apartado 5.4 de este trabajo esta relación se puede considerar como alta a pesar de las diferencias comentadas entre dichas variables y su cálculo.

En los tres gráficos siguientes se muestran los indicadores construidos por el BIS junto con los indicadores que se han calculado en este documento para el mercado español. Como se puede observar, la comparación de aquellos con los españoles muestra un comportamiento relativamente similar, especialmente para el caso alemán y británico.

Gráfico F.1.

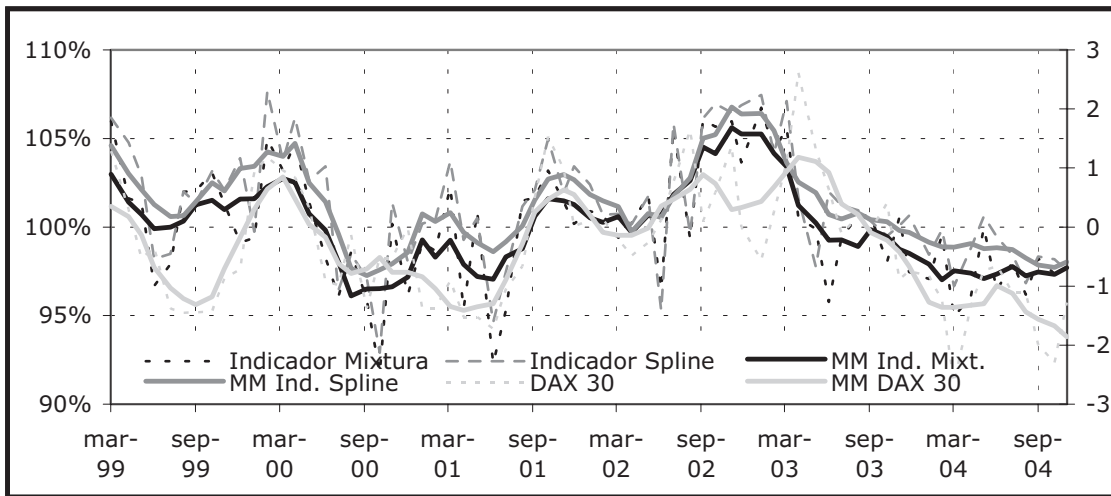
### Comparación entre indicadores de aversión al riesgo. EEUU y España



Fuente: BIS y elaboración propia

Gráfico F.2.

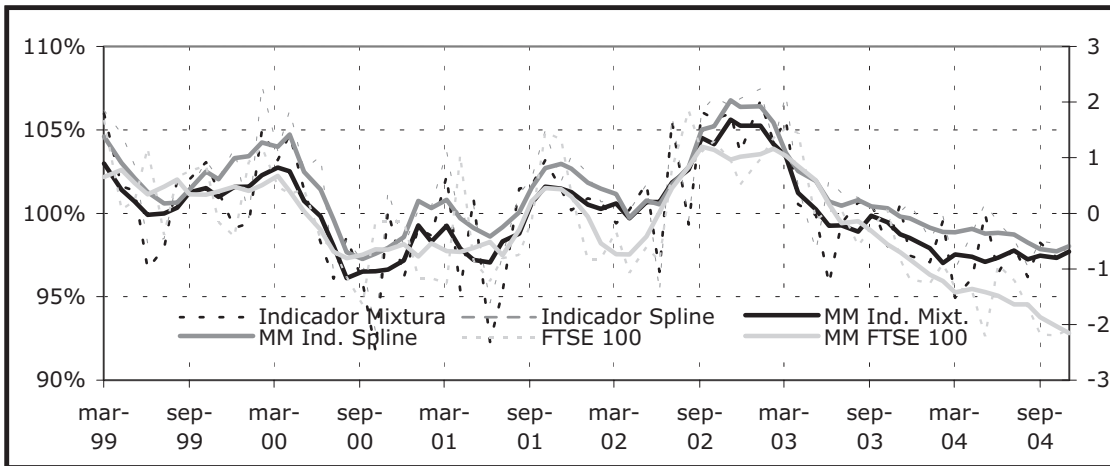
**Comparación entre indicadores de aversión al riesgo. Alemania y España**



Fuente: BIS y elaboración propia

Gráfico F.3.

**Comparación entre indicadores de aversión al riesgo. Reino Unido y España**



Fuente: BIS y elaboración propia

[www.cnmv.es](http://www.cnmv.es)

**Oficina en Madrid**

Paseo de la Castellana 19  
28046 Madrid  
Tel.: 91 585 1500

**Oficina en Barcelona**

Passeig de Gràcia 19  
08007 Barcelona  
Tel.: 93 304 7300

ISBN 84-87870-47-3

